Lösungen zum Übungsblatt 7

Aufgabe 1

Bei einer Reaktion nach dem Michaelis-Menten-Mechanismus gilt für die Reaktionsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{k_b[\mathrm{E}]_0}{1 + \frac{K_M}{[\mathrm{S}]_0}}$$

Die maximale Reaktionsgeschwindigkeit beträgt:

$$v_{max} = \lim_{[\mathrm{S}]_0 \to \infty} v = k_b[\mathrm{E}]_0$$

Dies kann nun in die Michaelis-Menten-Gleichung eingesetzt werden:

$$v = \frac{v_{max}}{1 + \frac{K_M}{[\mathrm{S}]_0}} \quad \rightarrow \quad v_{max} = v\left(1 + \frac{K_M}{[\mathrm{S}]_0}\right)$$

Durch Einsetzen der Größen ergibt sich für die Maximalgeschwindigkeit:

$$v_{max} = 0{,}299 \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l \cdot s}}$$

Aufgabe 2

Die Gesamtreaktion lautet:

$$2\,O_3 \rightarrow 3\,O_2$$

Das Geschwindigkeitsgesetz für den Ozonabbau ergibt sich aus der Betrachtung beider Teilreaktionen:

$$\frac{d[O_3]}{dt} = -k_1[O_3] + k_{-1}[O_2][O] - k_2[O][O_3]$$

a) Wenn die Gleichgewichtsreaktion deutlich schneller abläuft als die Folgereaktion, kann angenommen werden, dass sich näherungsweise ein Gleichgewicht einstellt, sodass sich die Konzentration des atomaren Sauerstoffs aus dem chemischen Gleichgewicht ergibt:

$$K = \frac{k_1}{k_{-1}} = \frac{[O_2][O]}{[O_3]} \rightarrow [O] = \frac{k_1}{k_{-1}} \frac{[O_3]}{[O_2]}$$

Eingesetzt in das Geschwindigkeitsgesetz ergibt das:

$$\frac{d[O_3]}{dt} = -k_1[O_3] + k_{-1}[O_2] \frac{k_1}{k_{-1}} \frac{[O_3]}{[O_2]} - k_2 \frac{k_1}{k_{-1}} \frac{[O_3]}{[O_2]} [O_3]$$

$$= -k_1[O_3] + k_1[O_3] - \frac{k_1 k_2}{k_{-1}} \frac{[O_3]^2}{[O_2]}$$

$$= -\frac{k_1 k_2}{k_{-1}} \frac{[O_3]^2}{[O_2]}$$

b) Wenn sich die Konzentration des atomaren Sauerstoffs quasistationär verhält, gilt:

$$\frac{d[O]}{dt} = 0 = k_1[O_3] - k_{-1}[O_2][O] - k_2[O][O_3]$$

Umgestellt nach der Konzentration des atomaren Sauerstoffs, ergibt sich:

$$[O] = \frac{k_1[O_3]}{k_{-1}[O_2] + k_2[O_3]}$$

Eingesetzt in das Geschwindigkeitsgesetz des Ozonabbaus ergibt sich:

$$\frac{d[O_3]}{dt} = -k_1[O_3] + k_{-1}[O_2] \frac{k_1[O_3]}{k_{-1}[O_2] + k_2[O_3]} - k_2 \frac{k_1[O_3]}{k_{-1}[O_2] + k_2[O_3]} [O_3]$$

$$\frac{d[O_3]}{dt} = \frac{-k_1[O_3](k_{-1}[O_2]+k_2[O_3]) + k_1 k_{-1}[O_3][O_2] - k_1 k_2[O_3]^2}{k_{-1}[O_2]+k_2[O_3]}$$

$$= \frac{-k_1 k_{-1}[O_3][O_2] - k_1 k_2[O_3]^2 + k_1 k_{-1}[O_3][O_2] - k_1 k_2[O_3]^2}{k_{-1}[O_2]+k_2[O_3]}$$

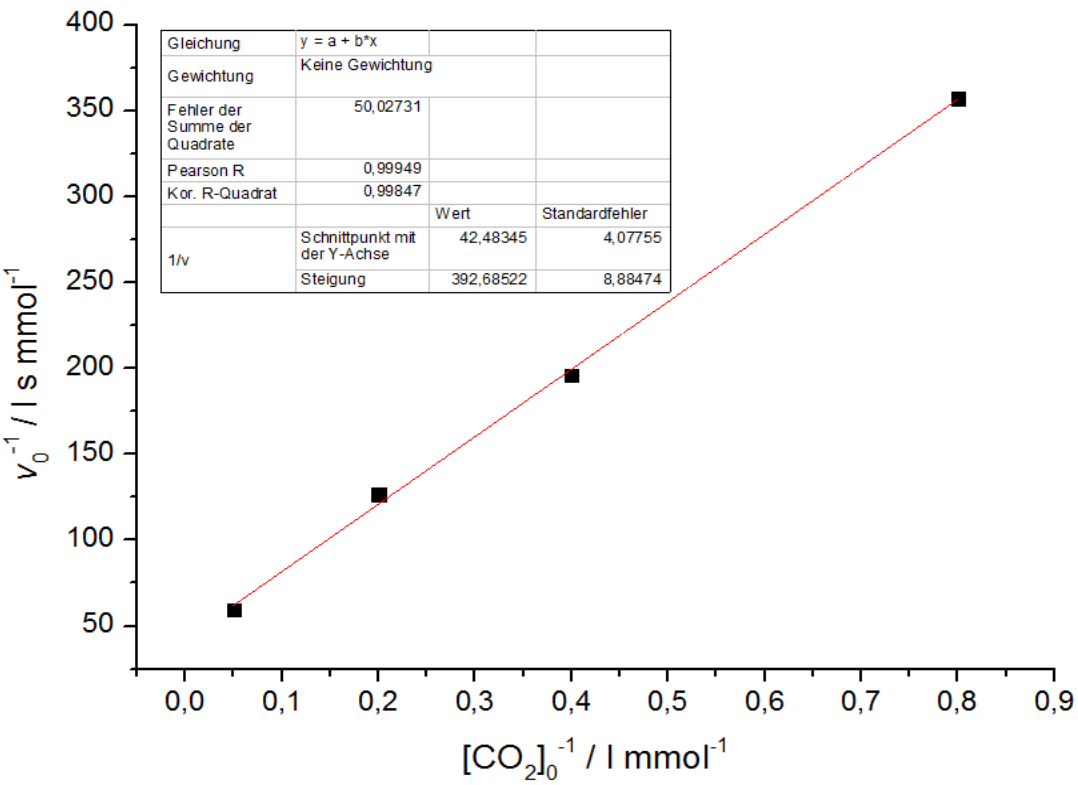
$$\frac{d[O_3]}{dt} = -\frac{2 k_1 k_2[O_3]^2}{k_{-1}[O_2]+k_2[O_3]}$$

Aufgabe 3

Der Lineweaver-Burk Plot ergibt sich aus der reziproken Michaelis-Menten-Gleichung:

$$\frac{1}{v} = \frac{1+\frac{K_M}{[S]_0}}{v_{max}} = \frac{1}{v_{max}} + \frac{K_M}{v_{max}} \cdot \frac{1}{[S]_0}$$

Bei der Auftragung von $\frac{1}{v}$ gegen $\frac{1}{[S]_0}$ ergibt sich eine Gerade, deren Ordinatenabschnitt $\frac{1}{v_{max}}$ und Steigung $\frac{K_M}{v_{max}}$ beträgt.



Somit ergeben sich:

$$\frac{1}{v_{max}} = 42{,}48345 \quad \rightarrow \quad v_{max} = 2{,}35 \cdot 10^{-2} \frac{\text{mmol}}{\text{ls}}$$

$$\frac{K_M}{v_{max}} = 392{,}68522\,\text{s} \quad \rightarrow \quad K_M = 9{,}24\,\frac{\text{mmol}}{\text{l}}$$

$$v_{max} = k_b \cdot [\text{E}]_0 \quad \rightarrow \quad k_b = 8{,}38 \cdot 10^{3} \frac{1}{\text{s}}$$