Übungsblatt 10

Aufgabe 1

(a) $^2P_{\frac{3}{2}}$ $\Rightarrow$ Die Entartung beträgt $2J+1=4$

(b) Geht man davon aus, dass die durch den Spin verursachte Aufspaltung vernachlässigt werden kann $(g_J=1)$, beträgt die Energie der Energieniveaus, die aus der Aufspaltung durch den sogenannten Zeemann-Effekt entstehen:

$$E_{m_e} = \mu_B \cdot m_e \cdot B$$

$\mu_B = 1{,}4 \cdot 10^{10}\,\frac{Hz}{T}$, das Bohrsche Magneton

$J = \frac{3}{2}$, also $m_e = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$

B ist die Magnetfeldstärke in Tesla. Die Energiedifferenz zwischen zwei Niveaus ist unabhängig von m_e, somit ist immer $\Delta E = \mu \cdot 1 \cdot B = 560\ kHz$.

Aufgabe 2

Aufgrund nur eines Elektrons gilt bei allen Termen $s=\frac{1}{2}$ und damit $S=2$. Also sind alle Terme Dublett-Terme.

(a) Das Elektron in einem 2s-Orbital: $l=0 \Rightarrow {}^2S$-Term

$J=\frac{1}{2} \Rightarrow {}^2S_{\frac{1}{2}}$-Term

Das Elektron in einem 2p-Orbital: $l=1 \Rightarrow {}^2P$-Term

$J=\frac{1}{2},\frac{3}{2} \Rightarrow {}^2P_{\frac{1}{2}}$-Term und ${}^2P_{\frac{3}{2}}$-Term

(b) Das Elektron in einem 3s-Orbital: $l=0 \Rightarrow {}^2S$-Term

$J=\frac{1}{2} \Rightarrow {}^2S_{\frac{1}{2}}$-Term

Das Elektron in einem 3p-Orbital: $l=1 \Rightarrow {}^2P$-Term

$J=\frac{1}{2},\frac{3}{2} \Rightarrow {}^2P_{\frac{1}{2}}$-Term, ${}^2P_{\frac{3}{2}}$-Term

Das Elektron in einem 3d-Orbital: $l=2 \Rightarrow {}^2D$-Term

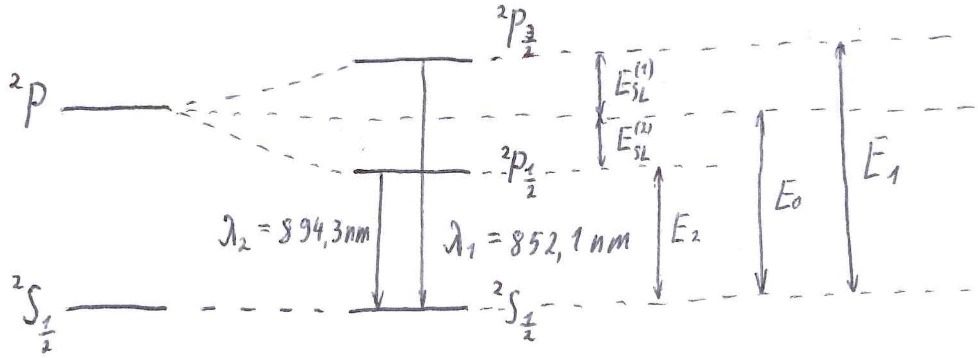
$J=\frac{3}{2},\frac{5}{2} \Rightarrow {}^2D_{\frac{3}{2}}, {}^2D_{\frac{5}{2}}$

(c) Die möglichen Orbitale sind die 2p-Orbitale. Davon gibt es 3. Dann gibt es aber auch noch die Möglichkeiten Spin-Up und Spin-Down. Zusammen sind das 6 Möglichkeiten (6 Mikrozustände). Es gibt einem ${}^2P_{\frac{1}{2}}$-Term (2 Mikrozustände) und einen ${}^2P_{\frac{3}{2}}$ (4 Mikrozustände).

Aufgabe 3

Grundzustand: $l=0$, $s=\frac{1}{2} \Rightarrow {}^2S_{\frac{1}{2}}$

angeregter Zustand: $l=1$, $s=\frac{1}{2} \Rightarrow {}^2P_{\frac{3}{2}}, {}^2P_{\frac{1}{2}}$



${}^2P_{\frac{3}{2}}$: $E_{SL} = \frac{C_{SL}}{2}\left[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)\right]$

mit $j=l+s=\frac{3}{2}$ folgt:

$E_{SL} = \frac{C_{SL}}{2}\left[\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2} - 2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\right] = \frac{C_{SL}}{2}$

$\Rightarrow E_{SL}^{(1)} = \frac{C_{SL}}{2}$ (${}^2P_{\frac{3}{2}}$ ist oberes Niveau)

$^2P_{\frac{1}{2}}$: $E_{SL} = \frac{C_{SL}}{2} \left[j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1) \right]$

mit $j = \ell - s = \frac{1}{2}$ folgt:

$$E_{SL} = \frac{C_{SL}}{2} \left[\frac{1}{2}\frac{3}{2} - 2 - \frac{1}{2}\frac{3}{2} \right] = - C_{SL}$$

$$\Rightarrow E_{SL}^{(2)} = - C_{SL} \quad (^2P_{\frac{1}{2}} \text{ ist unteres Niveau})$$

$$E_1 = E_0 + E_{SL}^{(1)} = \frac{hc}{\lambda_1} \Rightarrow E_0 = \frac{hc}{\lambda_1} - E_{SL}^{(1)} = \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{C_{SL}}{2}$$

$$E_2 = E_0 + E_{SL}^{(2)} = \frac{hc}{\lambda_2} \Rightarrow E_0 = \frac{hc}{\lambda_2} - E_{SL}^{(2)} = \frac{hc}{\lambda_2} + C_{SL}$$

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{C_{SL}}{2} = \frac{hc}{\lambda_2} + C_{SL}$$

$$\Rightarrow hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{3}{2} C_{SL}$$

$$C_{SL} = \frac{2}{3} hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{2}{3} hc \left(\frac{1}{852{,}1\,\text{nm}} - \frac{1}{894{,}3\,\text{nm}} \right) =$$

$$= 7{,}3387 \cdot 10^{-21}\,\text{J} = 0{,}046\,\text{eV}$$