

6. Übungsblatt (zum 04.06.15)

Aufgabe 1:

- (a) Zeigen Sie, dass die Funktion $\Phi_{00} = Ce^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}$ eine Lösung des zweidimensionalen harmonischen Oszillators ist mit dem Hamilton-Operator $\hat{H} = -\frac{1}{2}\hbar\omega\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2}\right) + V(x)$ ist, wenn das Potential die zweidimensionale Parabel $V(x) = \frac{1}{2}\hbar\omega(x^2 + y^2)$ ist.
- (b) Berechnen Sie die Energieeigenwerte dieser Eigenfunktion, sprich die Nullpunktsenergie des 2D-Harmonischen Oszillators.
- (c) Vergleichen Sie sie mit der Nullpunktsenergie des 1D-Harmonischen Oszillators und prognostizieren Sie diese für die 3D-Darstellung.
- (d) Wie groß ist die Nullpunktsenergie des Harmonischen Oszillators (1D), dessen effektive Masse $2,988 \cdot 10^{-26}$ kg und dessen Kraftkonstante 150 N/m beträgt?
- (e) Welche Farbe hat ein Photon, welches gerade einen Übergang zwischen zwei benachbarten Niveaus eines harmonisch oszillierenden ^{12}C -Atoms ($\mu = m(^{12}\text{C})$) anregen kann (die Kraftkonstante beträgt 530 N/m)?

Aufgabe 2:

Betrachten Sie einen harmonischen Oszillator mit der Konstante k . Die Schrödinger-Gleichung

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{kx^2}{2} \right] \Psi = E\Psi$$

hat die Lösungen $E_i (i=1,2,\dots)$. Im homogenen Feld ändert sich die potential Energie und wird mit der Formel

$$\frac{kx^2}{2} + Fx$$

beschrieben.

Wie ändern sich die Lösungen $E_i (i=1,2,\dots)$?

Hinweis: Benutzen Sie die Formel $a^2 + 2ab = a^2 + 2ab + b^2 - b^2 = (a + b)^2 - b^2$ für die Betrachtung der Schrödinger-Gleichung der Feder im homogenen Feld.

Aufgabe 2:

In der klassischen Mechanik wird der Drehimpuls durch das Vektorprodukt $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ definiert.

Den Operator für den Impuls kennen Sie aus der Vorlesung ($\hat{p} = -i\hbar\nabla$).

- (a) Geben Sie den Operator für den quantenmechanischen Drehimpuls an.
- (b) Berechnen Sie folgende Kommutatoren: $[\hat{l}_x, \hat{p}_x]$, $[\hat{l}_x, \hat{x}]$, $[\hat{x}, \hat{p}_x]$.
- (c) Sind Impuls und kinetische Energie gleichzeitig messbar?