

PC III – Aufbau der Materie

➤ Kapitel 1

Die Geburt einer Revolution

Vorlesung: <http://www.pci.tu-bs.de/aggericke/PC3>

Englisch: http://www.pci.tu-bs.de/aggericke/PC3e_osv

Übung: <http://www.pci.tu-bs.de/aggericke/PC3/Uebungen>

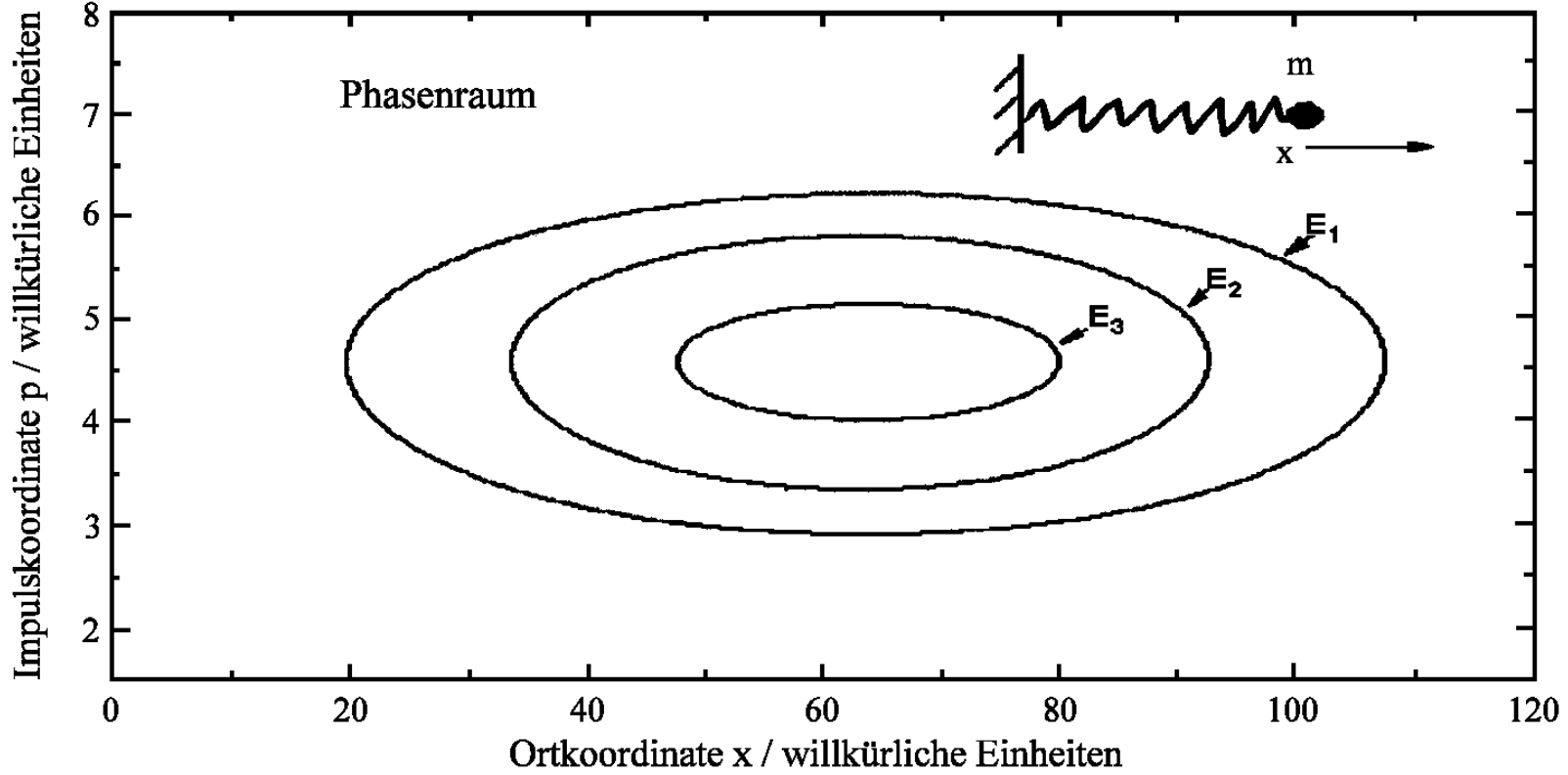
Grundideen und Konzepte der klassischen Mechanik

Die Newtonschen Bewegungsgleichungen (DGLs) beschreiben die Bewegung eines *Massenpunktes* entlang einer *wohldefinierten Bahn*, die durch die *Anfangsbedingungen* und die Beschleunigungen, die die Teilchen gegenseitig hervorrufen, festgelegt sind.

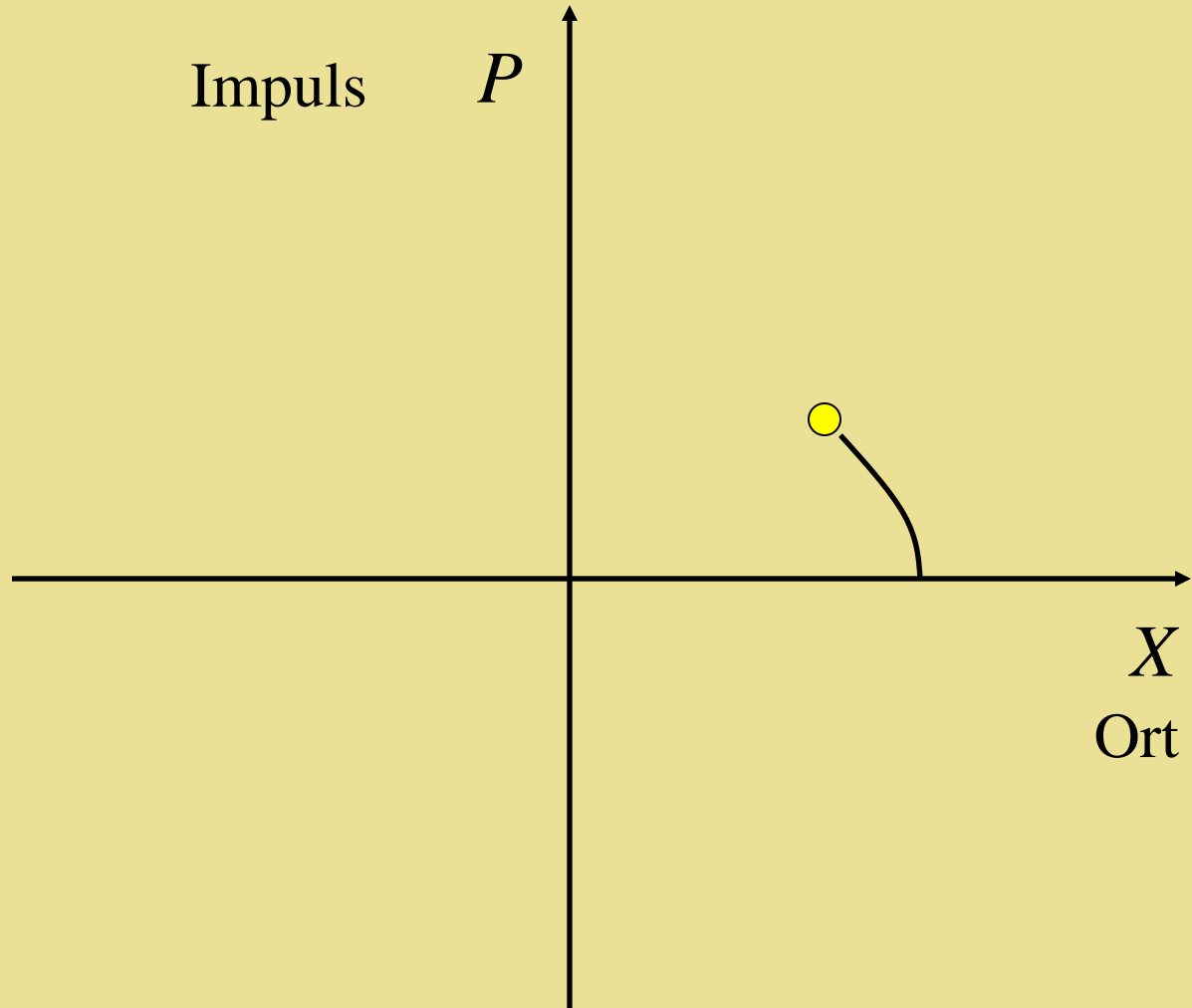
Beispiel Harmonischer Oszillator:

$$V(x) = \frac{1}{2} kx^2, \quad E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} kx^2$$

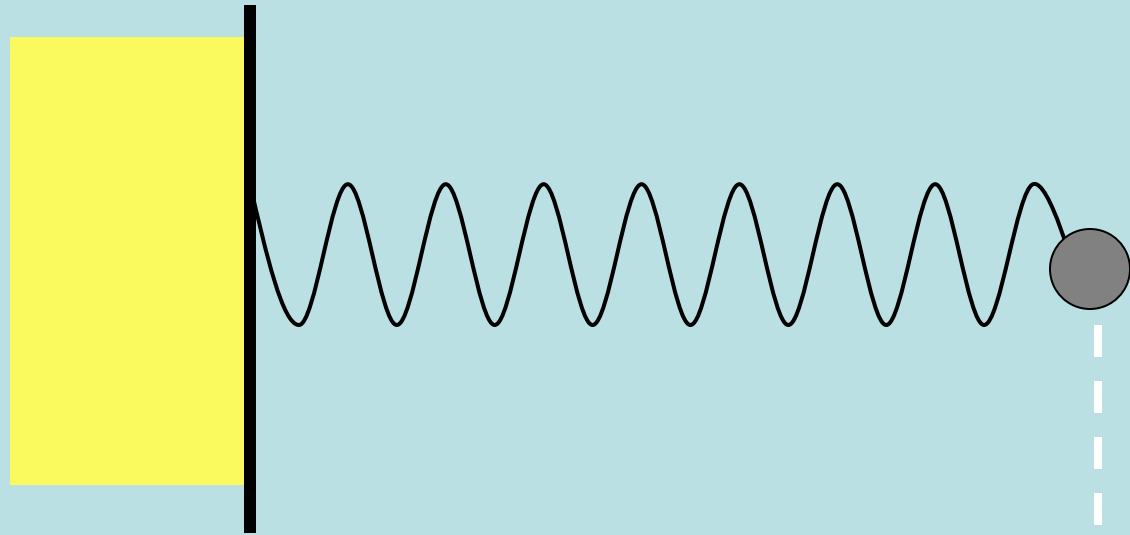
Bei konstanter Energie ergibt eine (x,p)-Auftragung von $E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} kx^2$ für unterschiedliche Energien E_1, E_2, \dots Ellipsen:



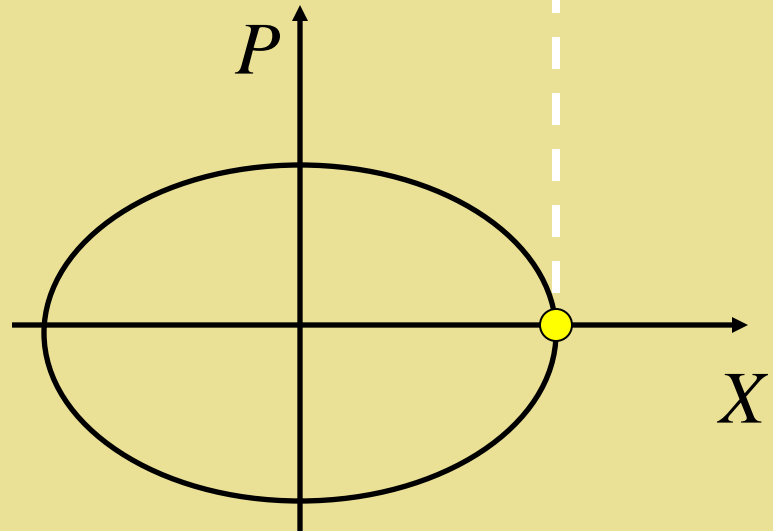
Phasenraum eines Oszillators



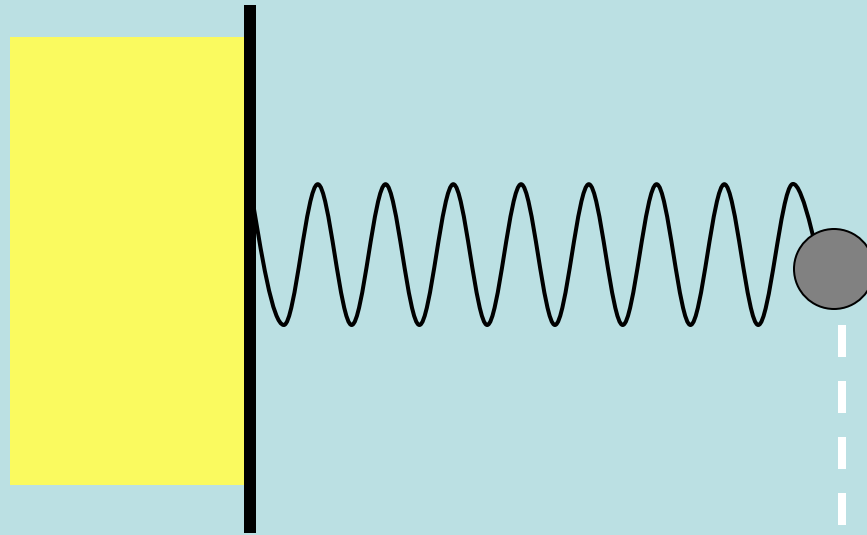
Dynamik im Phasenraum



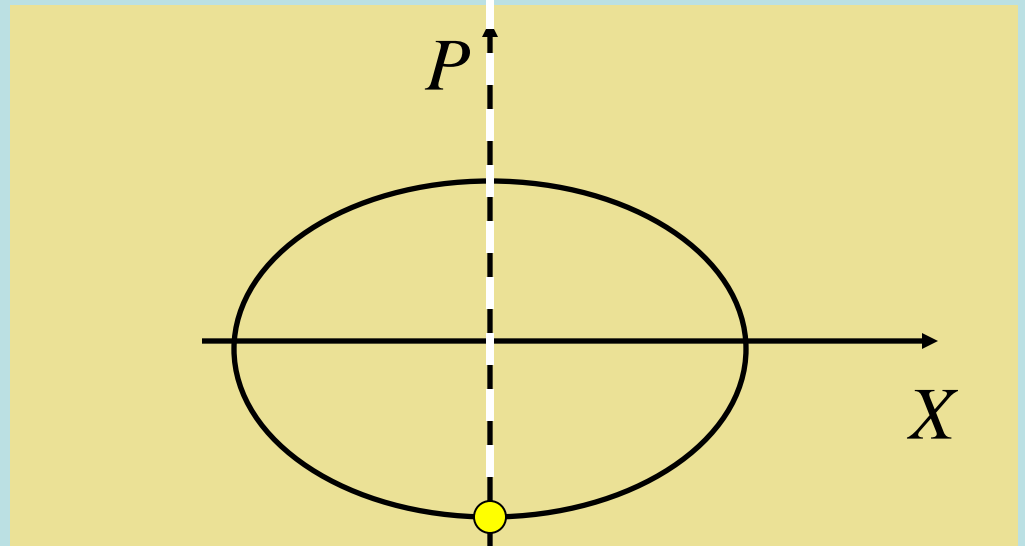
Phasenraum:



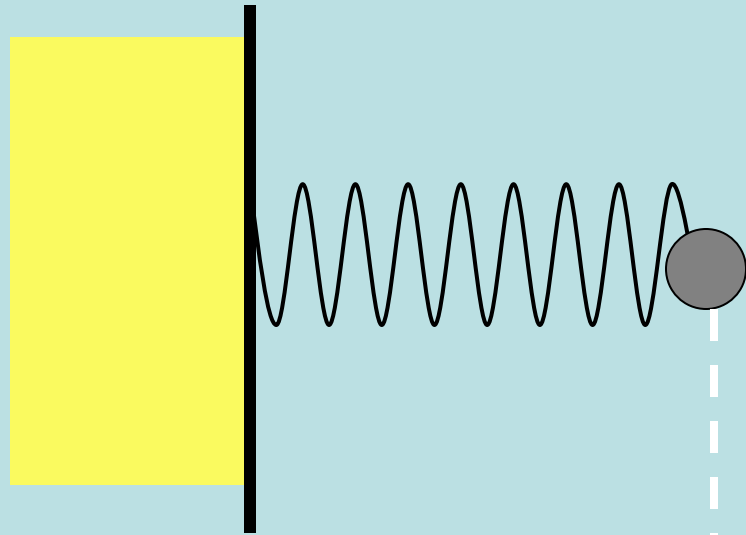
Dynamik im Phasenraum



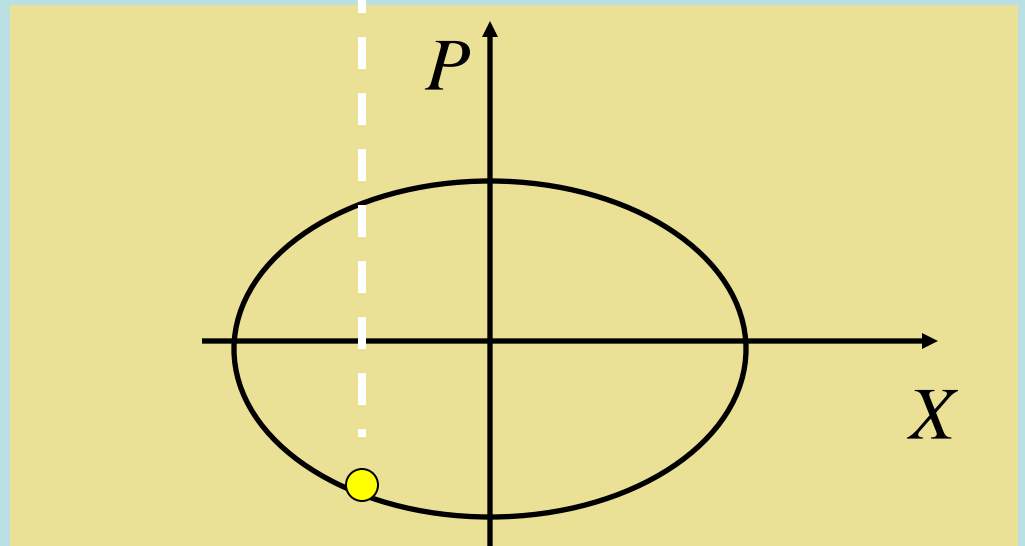
Phasenraum:



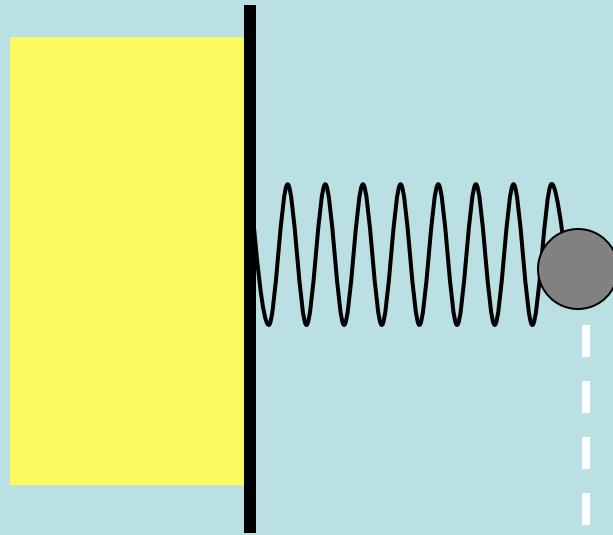
Dynamik im Phasenraum



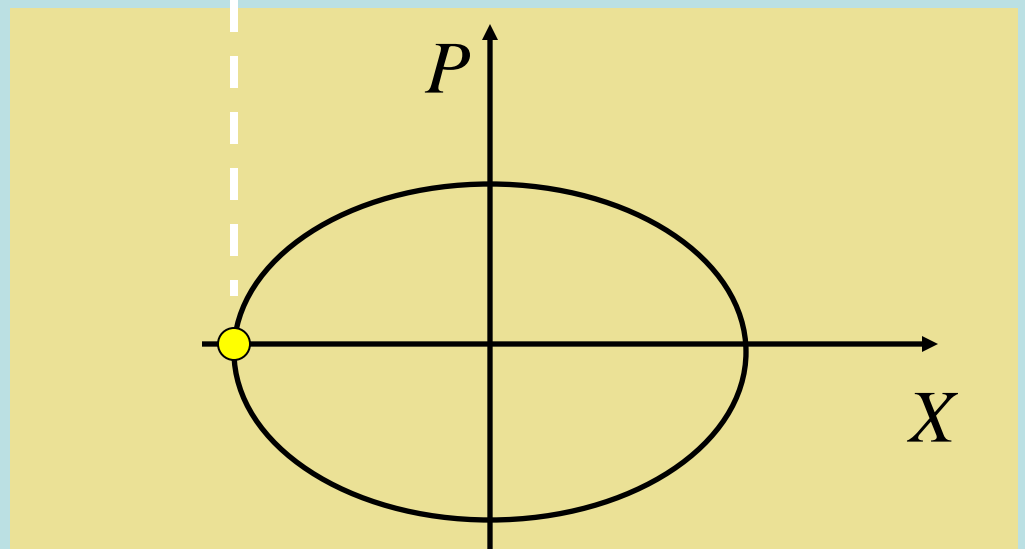
Phasenraum:



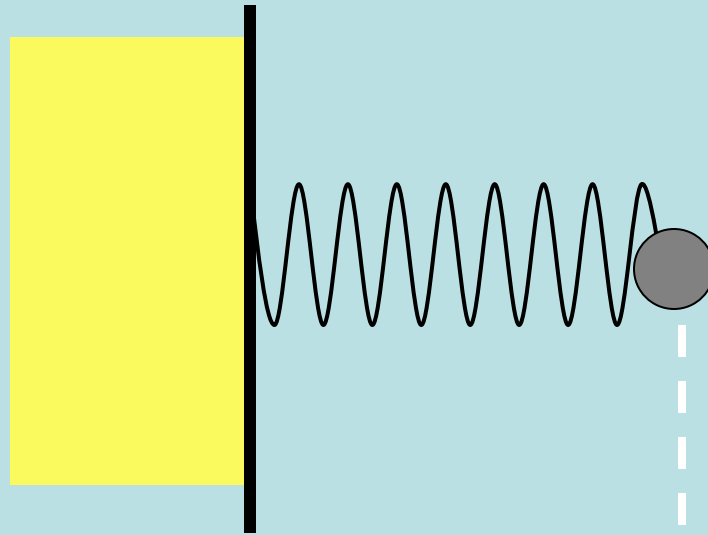
Dynamik im Phasenraum



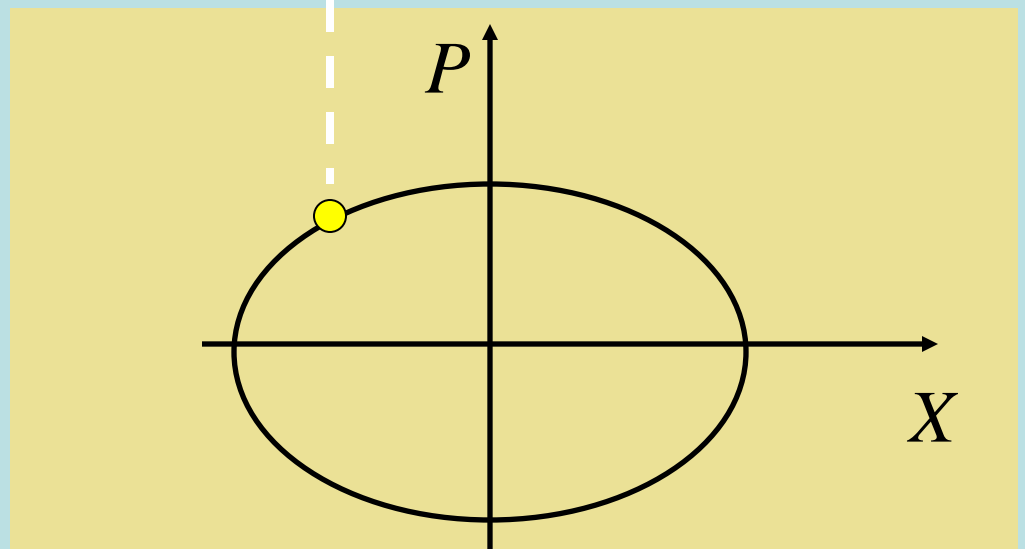
Phasenraum:



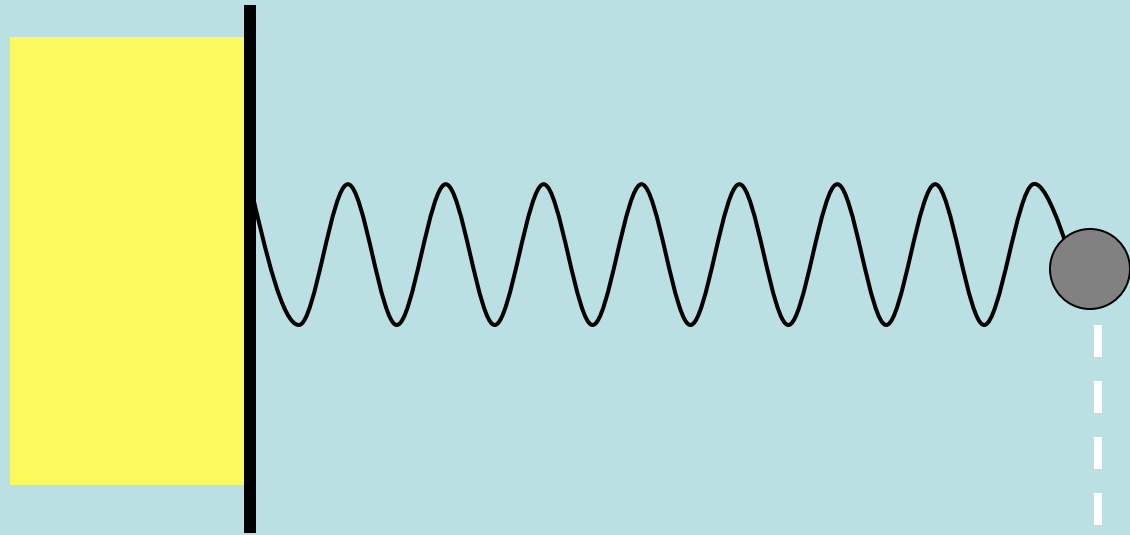
Dynamik im Phasenraum



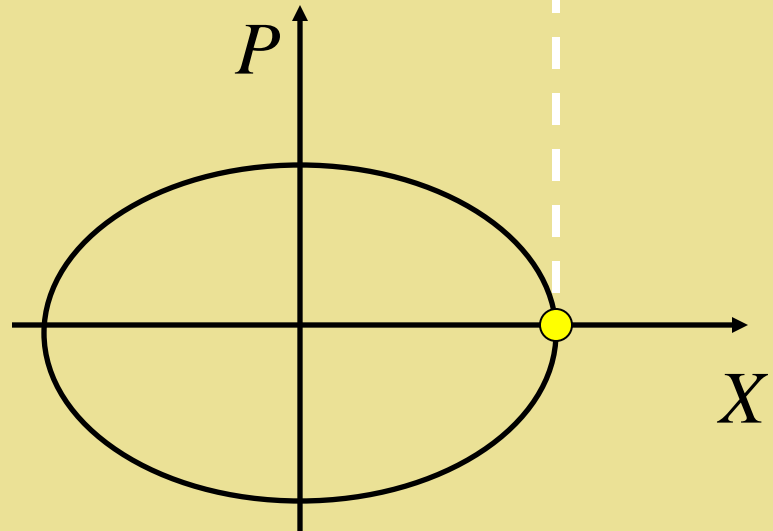
Phasenraum:



Dynamik im Phasenraum



Phasenraum:



Hamiltonsche Bewegungsgleichungen

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p}$$

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial q}$$

$$H = E_{\text{kin}} + V$$



* 4. Aug. 1805 in Dublin, Irland
+ 2. Sep. 1865 in Dublin, Irland

Die großen Theorien über die Welt

- Newton / Hamilton

Die klassische Mechanik

- Die elektromagnetische Theorie beschreibt Licht als elektromagnetische Welle in Form der

Maxwellschen Gleichungen

- Alle Weltraumflüge werden ausschließlich mit Hilfe der klassischen Physik berechnet. Ihre Gültigkeit ist nur in kleinen Einzelheiten eingeschränkt: z.B. kann die Periheldrehung des Merkur "nur" zu 99,2% genau vorhergesagt werden; die restlichen 0,8% erfordern eine verbesserte Theorie – dies ist die eine große Theorie über die Welt:

Allgemeine Relativitätstheorie

- Die Grundzüge der anderen ganz großen Theorie wollen wir in diesem Semester behandeln:

Die Quantenmechanik

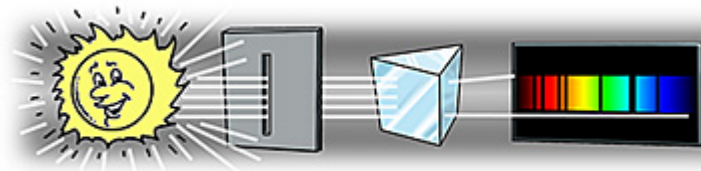
Schwachpunkte der Quantenmechanik

- Die Quantenmechanik ist keine 'echte' Quantentheorie, denn man steckt die Existenz von Teilchen **hinein**. Sie beschreibt also, wie sich die (statistische Gesamtheiten von) Teilchen verhalten; aber **warum** es Teilchen gibt, sagt sie nicht.
- Insbesondere kann sie keine Erzeugung oder Vernichtung von Teilchen erklären (z.B. zerfällt das freie Neutron nach einer $1/4h$).
- Wechselwirkung mit Licht lässt sich nur halbklassisch beschreiben, wodurch die spontane Emission unverstanden bleibt.
- Bei der Aufstellung des Hamiltonoperators wird man von der Quantenmechanik einigermaßen im Stich gelassen: Sie nimmt ihn als gegeben an.
- Eine befriedigende Synthese von Quantenmechanik und Einsteins (Allgemeiner) Relativitätstheorie steht bis heute aus.

Erste Hinweise für das Versagen der klassischen Physik

Folgende **unstetige** Funktionen traten erstmals in der Spektroskopie auf:

- **1814** hatte Fraunhofer Linien im Sonnenspektrum untersucht.



- **1860** Bunsen und Kirchhoff entwickelten die Spektralanalyse:
Ein Linienspektrum ist charakteristisch für ein Atom.
- **1885** Balmer entwickelt eine empirische Formel für die Position der emittierten Wasserstofflinien (hier leicht umgeschrieben):

$$\nu = R_H \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right) \quad m = 3, 4, 5, \dots$$

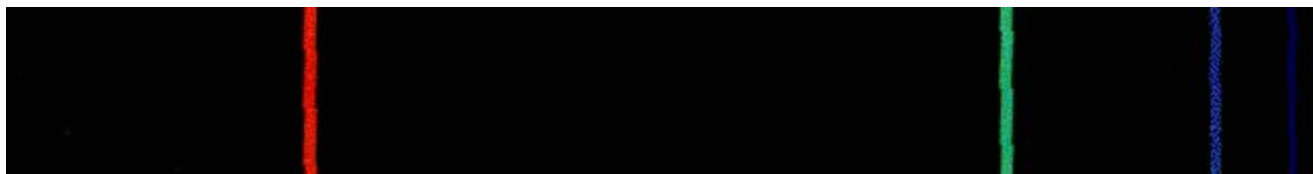
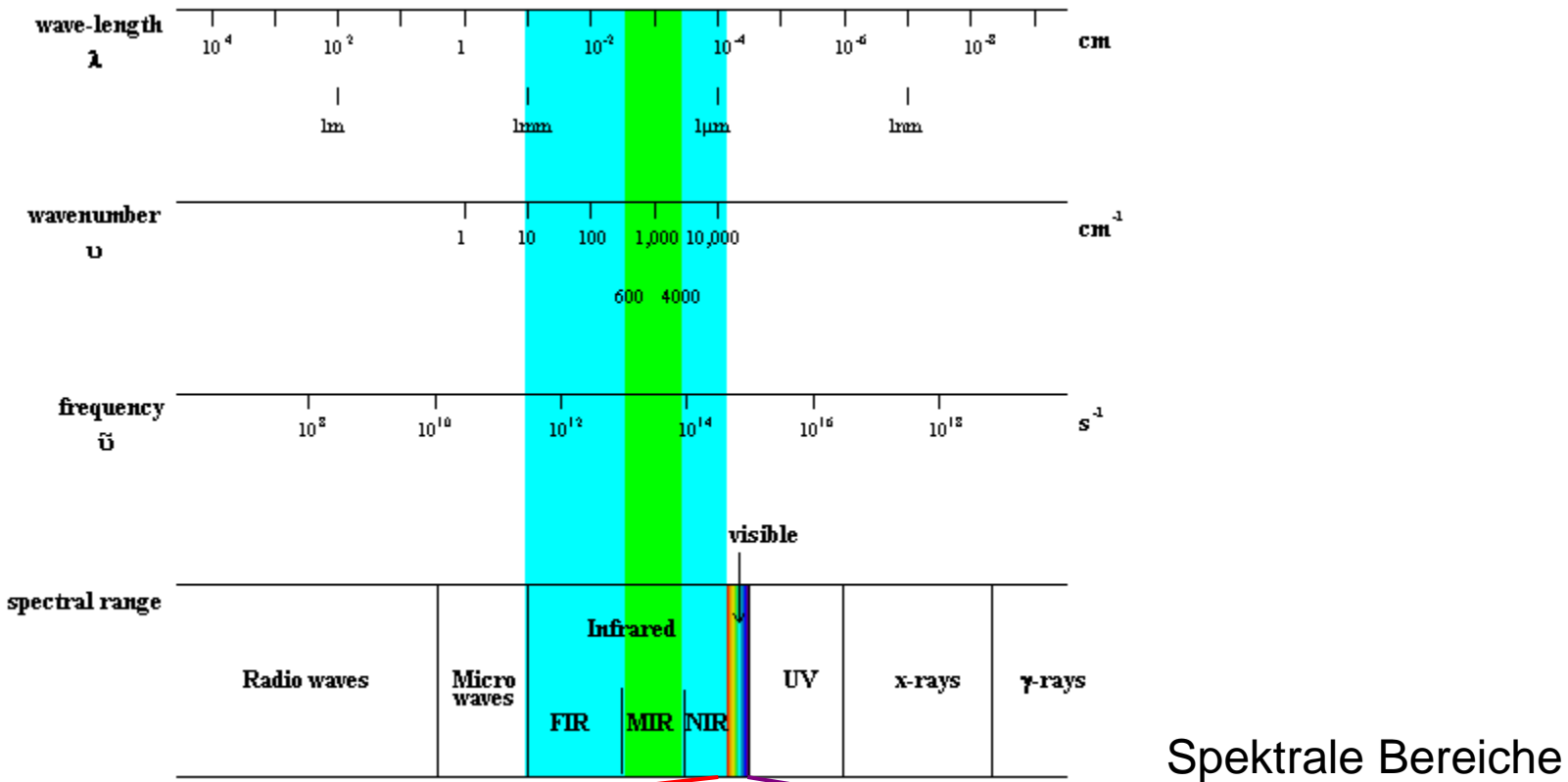
R_H : Rydbergkonstante = $3,29 \cdot 10^{15}$ Hz

- Strahlung eines schwarzen Körpers



Diese Beobachtungen sind **nicht** mit der klassischen Theorie vereinbar.

Spektrum



Spektralanalyse

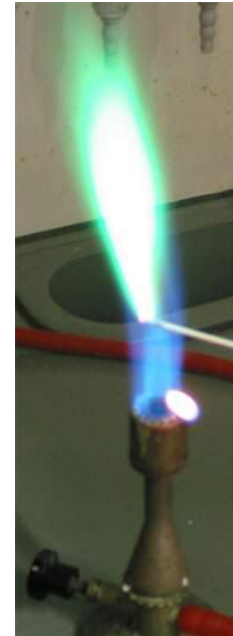
Lithium:	Karminrot
Natrium:	Orangegelb
Kalium:	Violett
Kalzium:	Ziegelrot
Strontium:	Purpurrot
Barium:	Gelbgrün
Kupfer:	Blaugrün, Grün



Lithium



Bor



Kupfer



Kalzium

H



H δ

410 nm

H γ

434 nm

H β

486 nm

H α

656 nm

Spektralanalyse
Kirchhoff und Bunsen:
Jedes Element hat charakteristische Emissionsbanden

Li



Cd



Sr



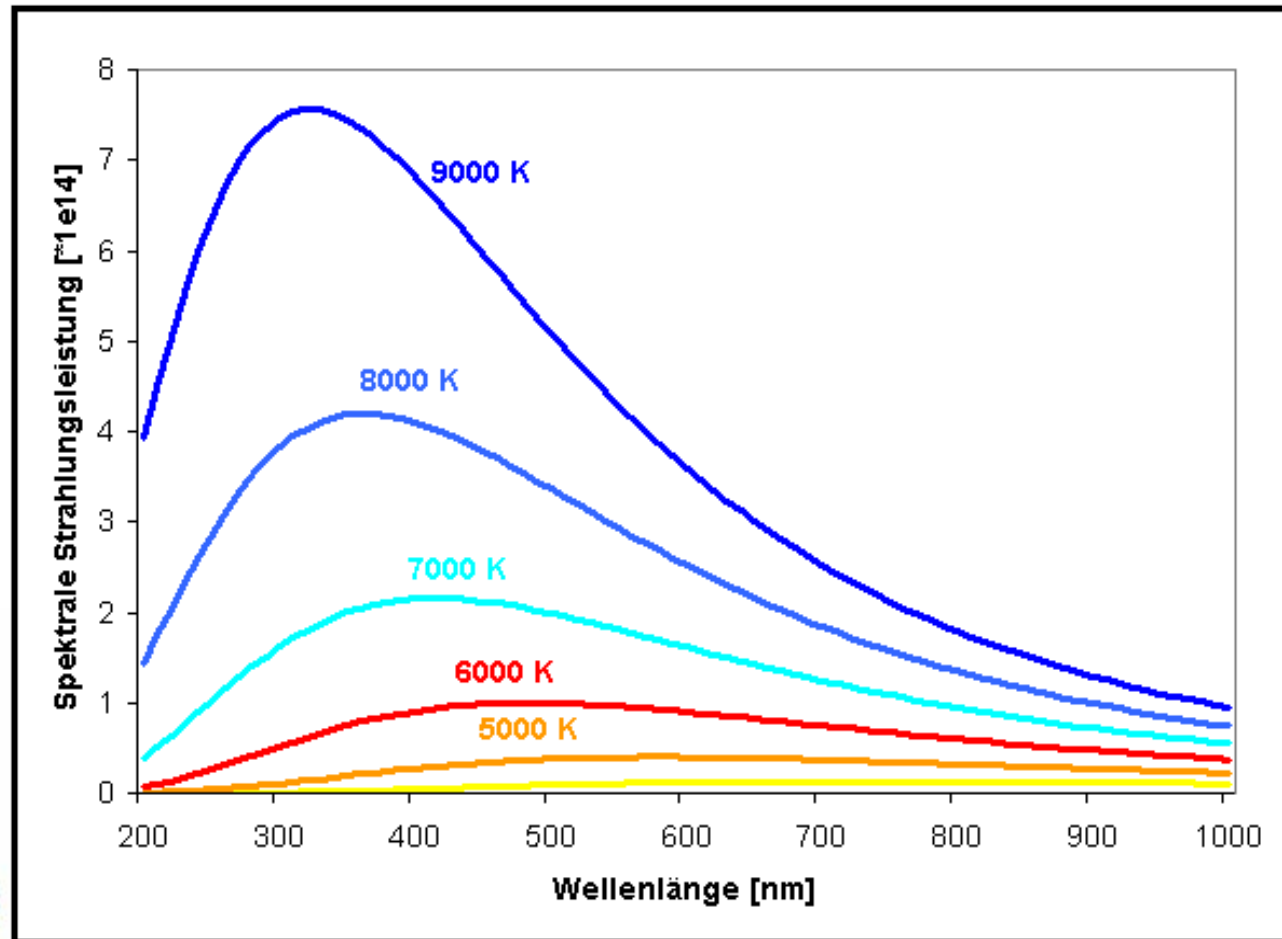
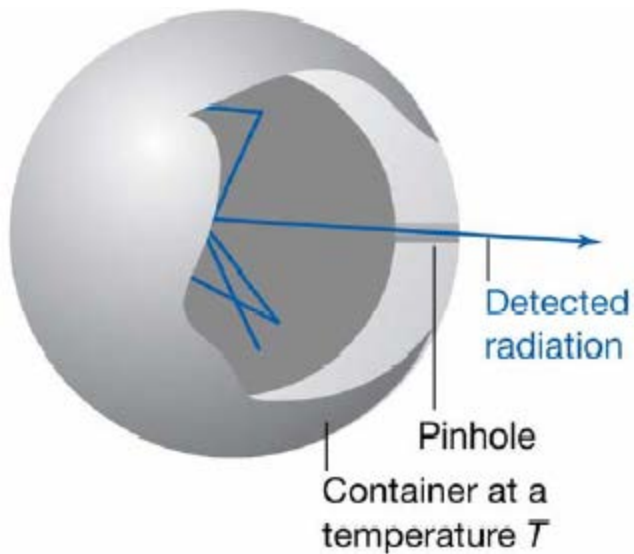
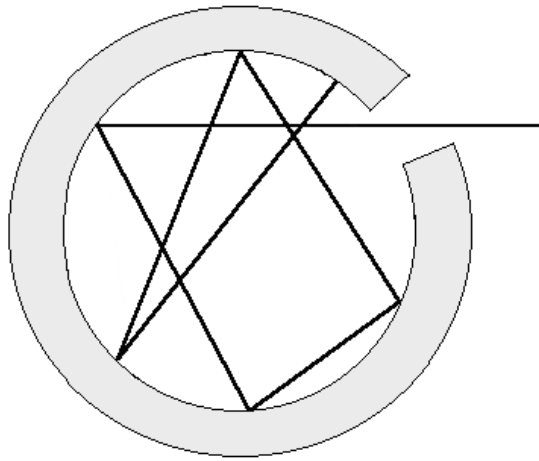
Ca



Na



Strahlung eines schwarzen Körpers I.



Wie kann der beobachtete Verlauf der Strahlungsleistung erklärt werden?

Strahlung eines schwarzen Körpers II.

$u(\nu)d\nu = \text{Strahlungsenergie im Bereich } [\nu, \nu+d\nu] / \text{Volumen}$

$$u(\nu)d\nu = \langle E \rangle dN(\nu) = kT dN(\nu)$$

$dN(\nu)$ wurde von *Rayleigh* und *Jeans* berechnet: $dN(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu$



John William Strutt
Lord Rayleigh

* 12. Nov. 1842 in Langford Grove, Essex, England
+ 30. Juni 1919 in Terling Place, Witham, Essex, England



Sir
James Hopwood
Jeans

* 11. Sep. 1877 in Ormskirk, Lancashire, England
+ 16. Sep. 1946 in Dorking, Surrey, England

$$u(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$$

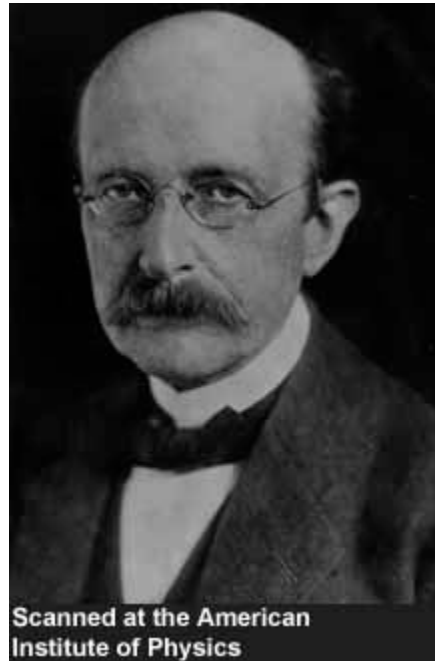
Im IR ist das Rayleigh-Jeans-Gesetz
experimentell bestätigt !

Strahlung eines schwarzen Körpers III

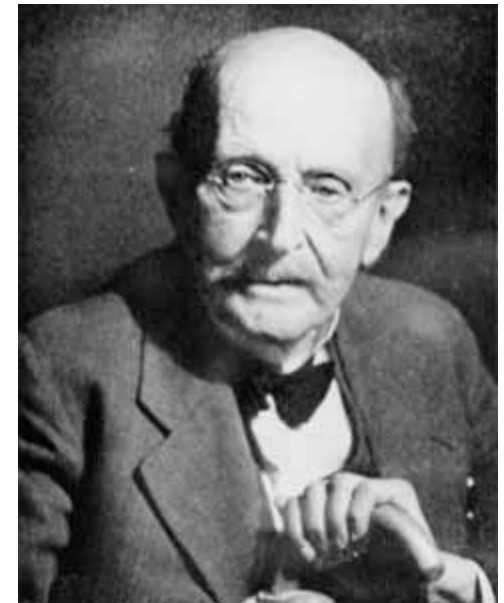
1900 machte Max (Karl Ernst Ludwig) Planck die zur damaligen Zeit völlig willkürliche Annahme, dass die Energie nicht kontinuierlich sondern in kleinen Portionen (Energie-Quanten) abgestrahlt wird: Ein Elektron muss entweder ein Quant mit der Energie $h\nu$ oder gar nichts ausstrahlen, wobei h eine Proportionalitätskonstante ist.



* 23. April 1858 in Kiel, Schleswig-Holstein
+ 4. Oktober 1947 in Göttingen



Nobelpreis 1918



Die Plancksche Strahlungsformel

$$u(\nu)d\nu = \langle E \rangle \cdot \frac{dN}{c^3} \cdot 8\pi\nu^2 d\nu$$

$$u(\nu)d\nu = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \cdot \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu$$

$$u(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Vollkommene Übereinstimmung mit dem Experiment.

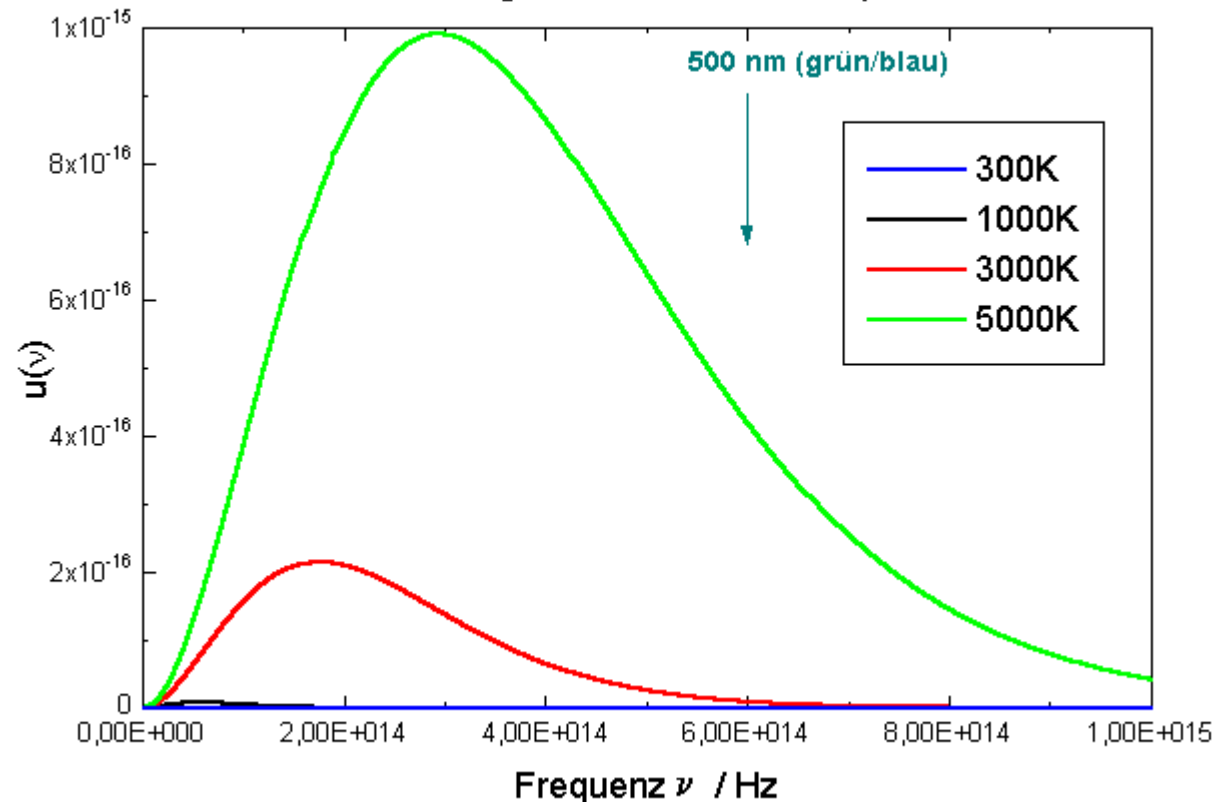
Aufgrund des zugrundeliegenden Postulats der Existenz kleinster aber endlich großer **Quanten** der Energie wurde aber ein scharfer Bruch mit der klassischen Theorie vollzogen.

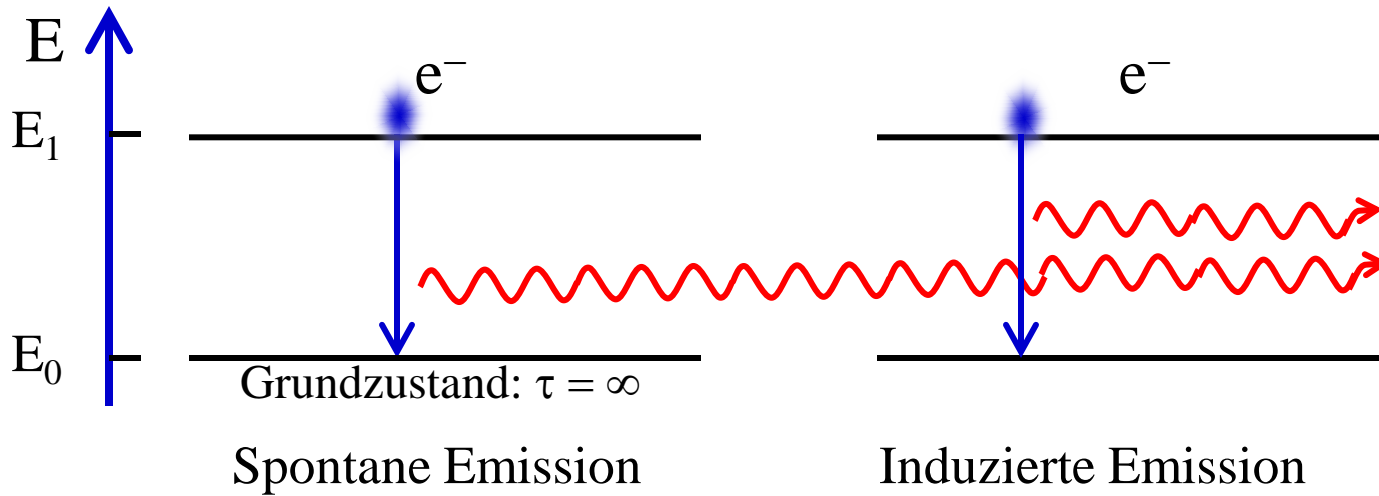
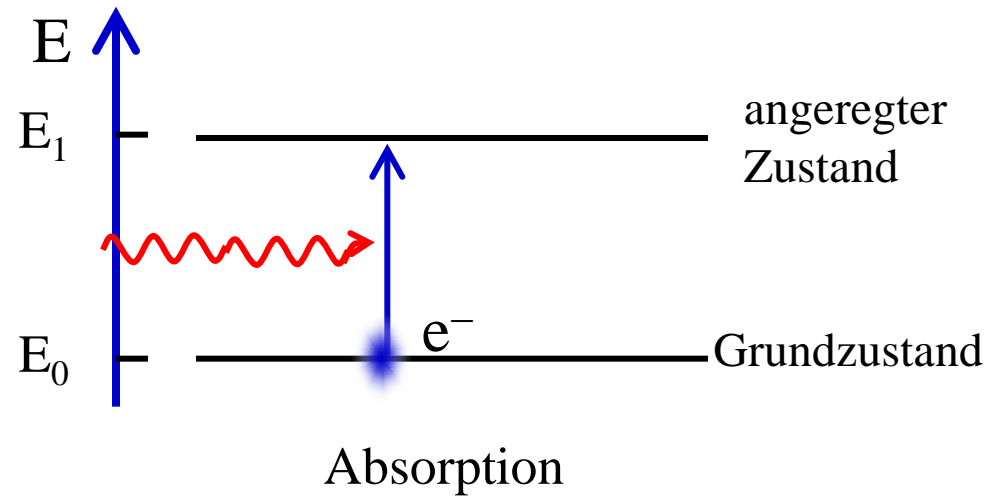
Aus dem Maximum der Verteilung (Differenzieren nach ν und Nullsetzen) kann im Experiment die Größe h bestimmt werden:

$$\nu_{\max} = 2,8214 \frac{kT}{h}$$

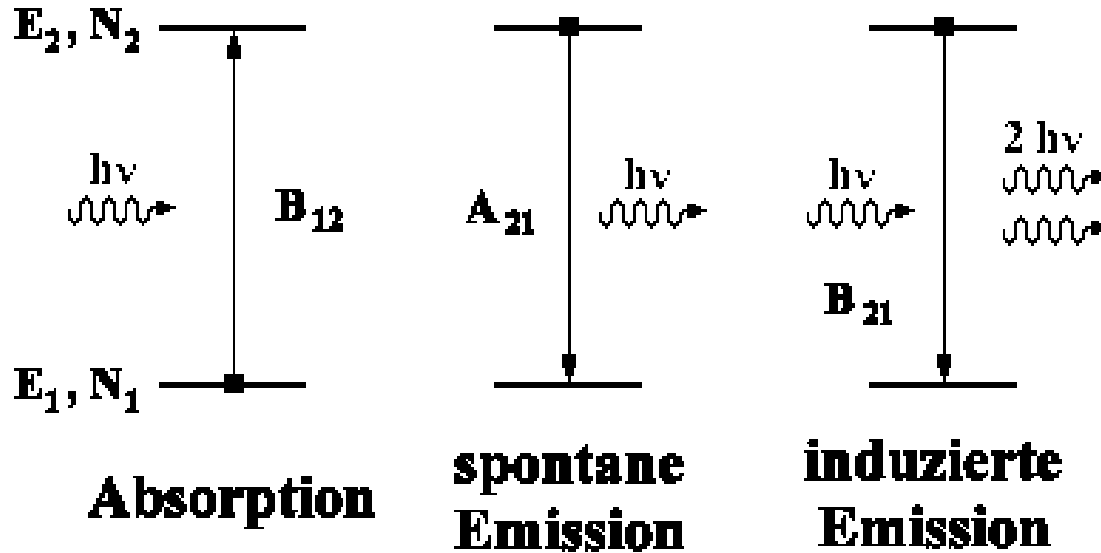
$$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Strahlung eines schwarzen Körpers





Einstein und der Weg zum Laser



$$\frac{dN_2}{dt} = B_{12} \cdot u(\nu) \cdot N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21} N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21} \cdot u(\nu) \cdot N_2$$

Summiert über alle drei Prozesse gilt im Gleichgewicht: $\frac{dN_2}{dt} = 0$

Für $T \rightarrow \infty$ muss $u(\nu) \rightarrow \infty$ gelten: $B_{21} = B_{12}$

d.h. Absorption und induzierte Emission haben gleiche Wahrscheinlichkeit.

Für kleine Frequenzen gilt das Rayleigh-Jeans-Gesetz. Daraus folgt:

$$\frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}$$

Die Plancksche Strahlungsformel

$$u(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

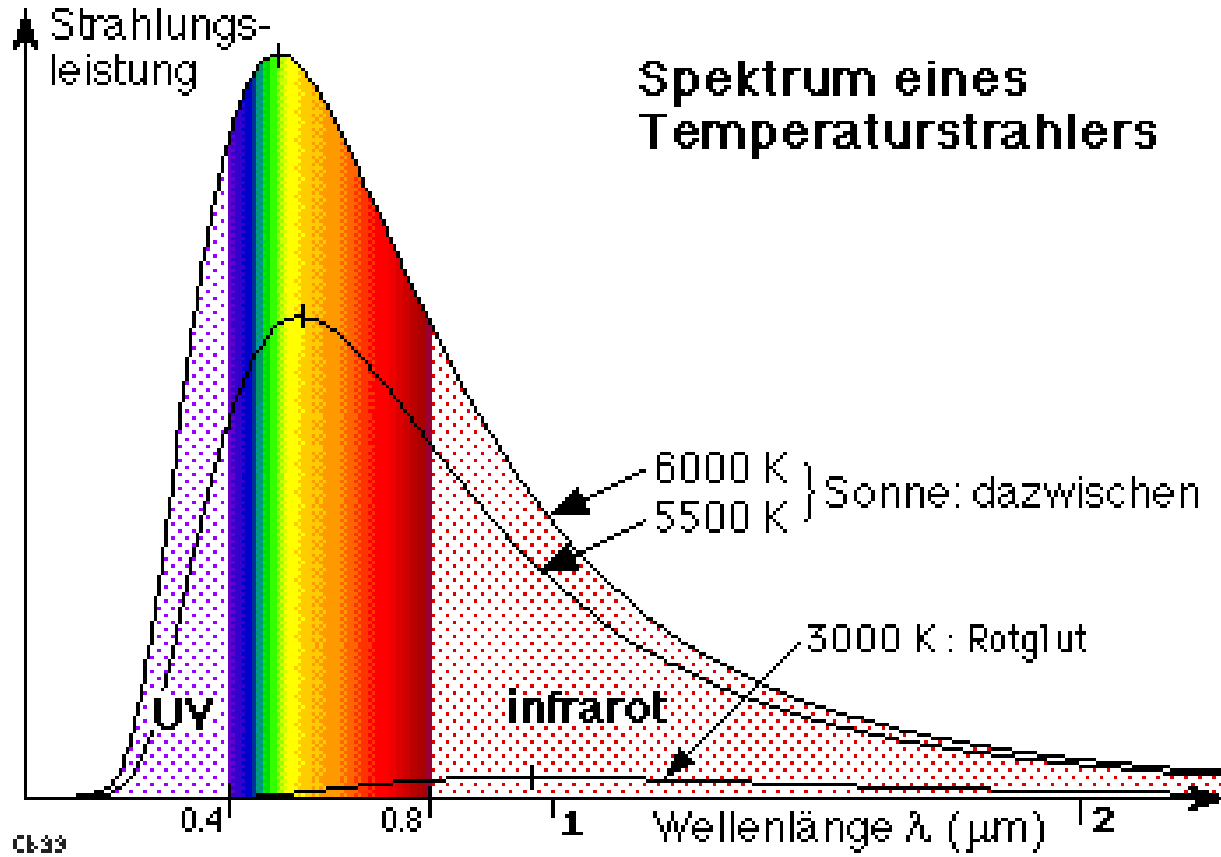
$$u(\nu)d\nu = \langle E \rangle \cdot \frac{dN}{c^3} \cdot 8\pi \nu^2 \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \cdot \nu \cdot d\nu$$

Vollkommene Übereinstimmung mit dem Experiment. Aufgrund des zugrundeliegenden Postulats der Existenz kleinster aber endlich großer **Quanten** der Energie wurde aber ein scharfer Bruch mit der klassischen Theorie vollzogen.

Aus dem Maximum der Verteilung (Differenzieren nach ν und Nullsetzen) kann im Experiment die Größe h bestimmt werden:

$$\nu_{\max} = 2,8214 \frac{kT}{h}$$

$$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$



Die Geburtsstunde der Quantenmechanik

14. Dezember 1900

Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Berlin

"Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum,"
Von Max Planck

"Kurz zusammengefasst kann ich die ganze Tat als einen Akt der Verzweiflung bezeichnen. Denn von Natur bin ich friedlich und bedenklichen Abenteuern abgeneigt."

Strahlungsgesetz von Stefan und Boltzmann

Integration der Planckschen Gleichung $\int_0^{\infty} u(\nu) d\nu = U(T) = a T^4$ ($a = 7,56 \cdot 10^{-16} \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-4}$)
und Berechnung der Intensität (abgestrahlte Energie pro Fläche und Zeit) über
 $I = 1/4 c \cdot a \cdot T^4$ liefert das Strahlungsgesetz von Stefan und Boltzmann

$$I = \sigma_0 T^4 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad \text{mit} \quad \sigma_0 \approx 5,6697 \cdot 10^{-8} \left[\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4} \right]$$



Josef Stefan

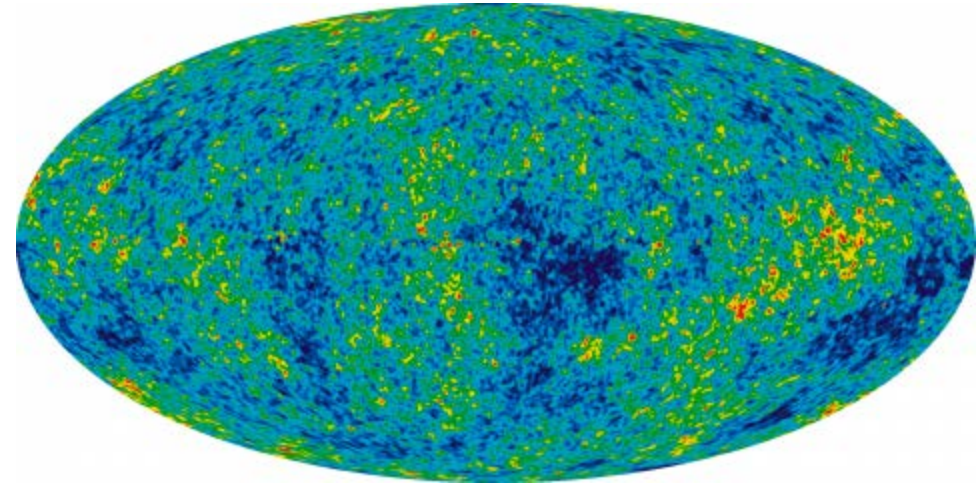
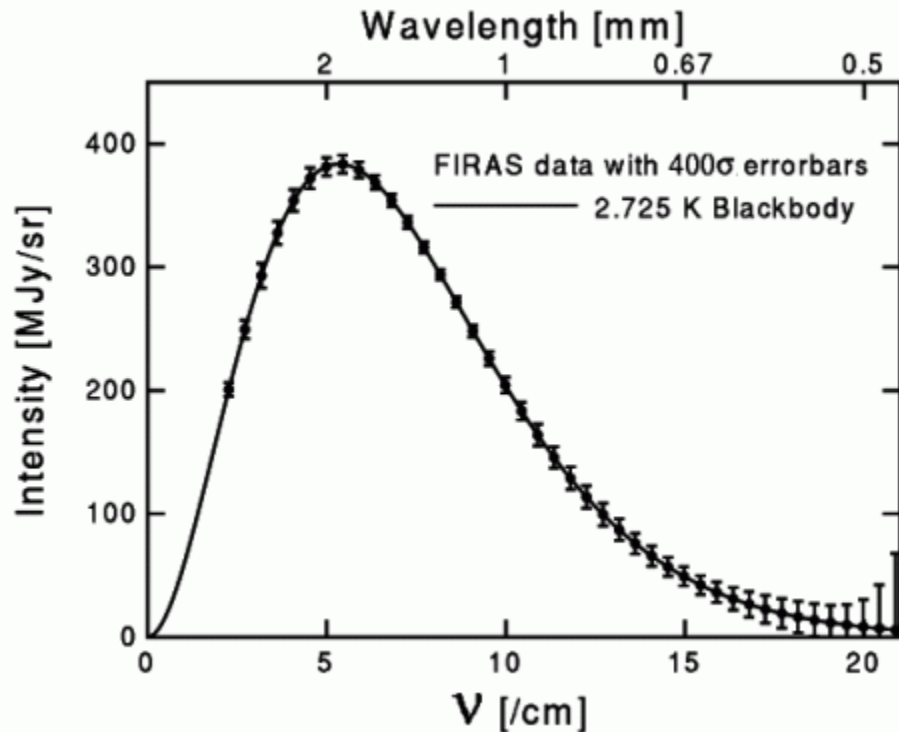
* 24. März 1835 in St Peter (Klagenfurt)
+ 7. Jan. 1893 in Wien



Ludwig Boltzmann

* 20. Feb. 1844 in Wien
+ 5. Okt. 1906 in Duino (Trieste)

Hintergrundstrahlung im Weltall



Die Himmels-Karte der Hintergrundstrahlung von WMAP9, 2012 (Credit: WMAP Science Team, NASA). Gezeigt sind in Falschfarbendarstellung die Abweichungen von der mittleren Temperatur $T = 2,725$ Kelvin in Mikrokkelvin.

Spektrum der Wärmestrahlung im Weltall. Aus ihr folgt mit hoher Genauigkeit die Temperatur der Hintergrundstrahlung zu 2,725 Kelvin. Die Fehlerbalken sind um den Faktor 400 vergrößert, damit sie im Kurvenverlauf überhaupt sichtbar werden! (Credit: COBE Team, NASA)

Es gibt Quanten (Historie)

Planck sagt, es gibt Quanten; doch Licht wird seit Huygens (Elementarwellen) und Young (Doppelspaltexperiment) ausschließlich als **Welle** angesehen.



Thomas Young

*13. Juni 1773 in Milverton, Somersetshire,
+10. Mai 1829 in London



Christiaan Huygens

* 14 April 1629 - 8 Juli 1695, Netherlands

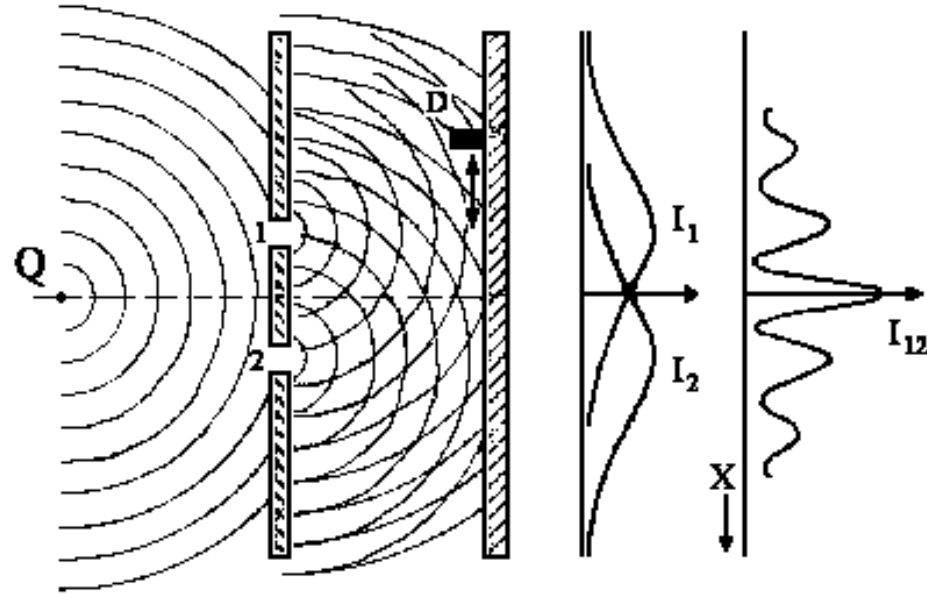
Wellen

$$\Phi = A e^{-i\omega t + ikx}$$

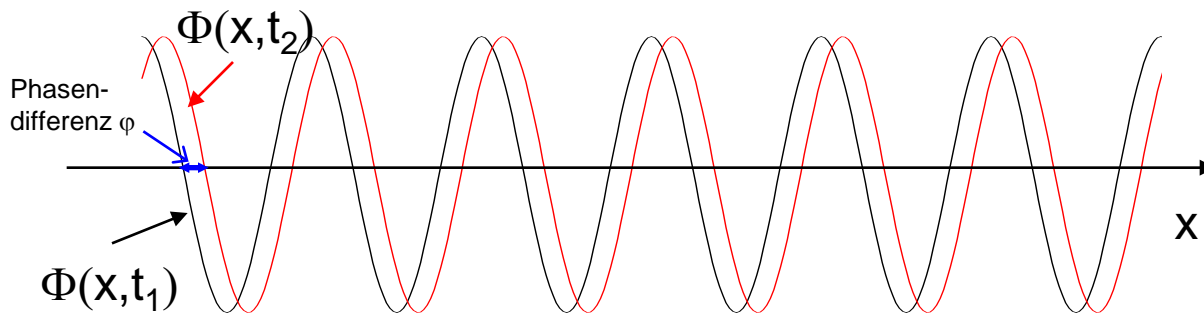
$\omega = 2\pi\nu$: Frequenz der Welle

$\mathbf{k} = 2\pi/\lambda$: Wellenvektor

Intensität der Welle: $I = |\Phi|^2$



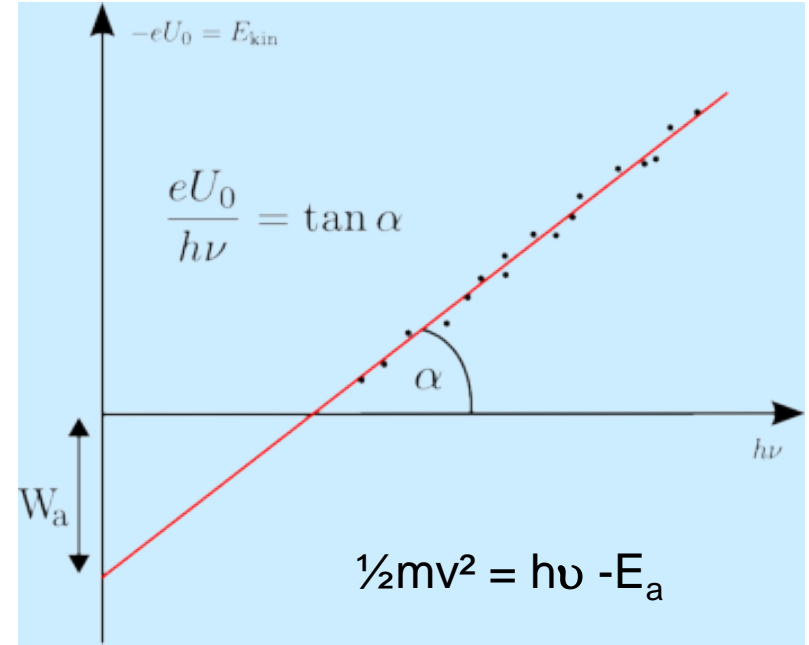
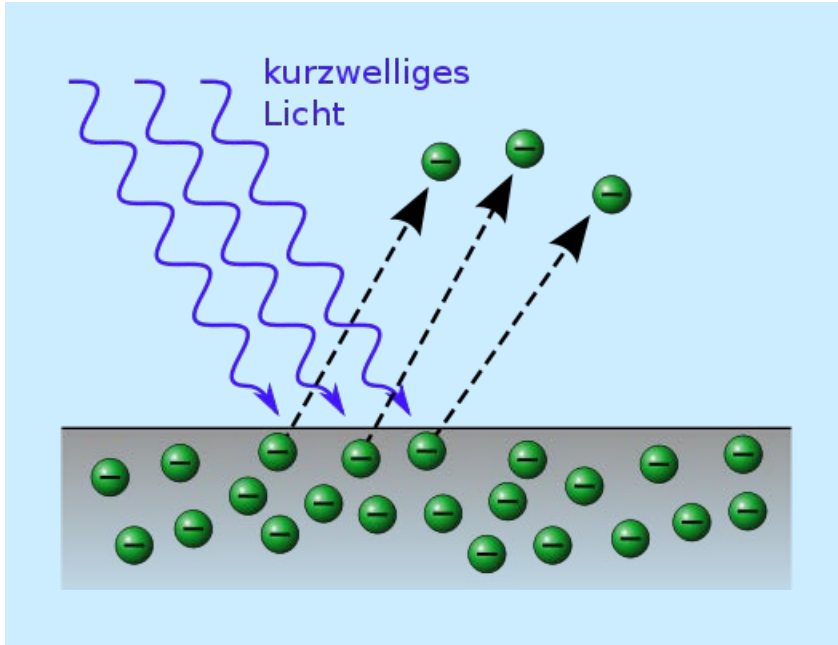
Interferenz





Interferenz von Wasserwellen

Der photoelektrische Effekt



klassische Erklärung:

Das elektromagnetische Feld \mathbf{E} der einfallenden Lichtwelle übt eine hin und her schwingende Kraft auf die freien Elektronen im Metall aus. Daraus folgt, dass mit zunehmender Amplitude (*nicht Frequenz*) Elektronen austreten. Dies steht im Gegensatz zum

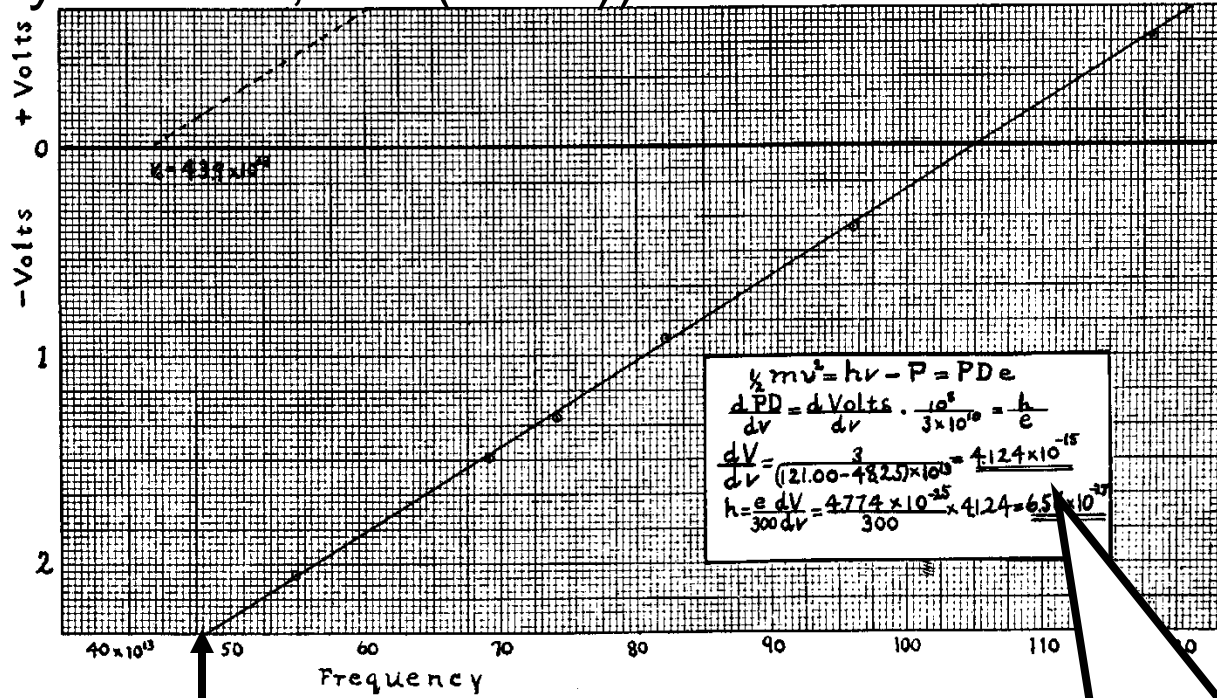
Experiment:

Es treten keine Photoelektronen unterhalb einer Frequenz ν_0 auf.
Die Geschwindigkeit der Elektronen ist unabhängig von der Lichtleistung.
Die Photoelektronen treten auch bei schwacher Lichtleistung sofort aus.

Quantenerklärung:

Ein Energiequant $h\nu$ wird absorbiert. Da das Elektron im Metall gebunden ist, wird ein Teil der Energie benötigt, um Austrittsarbeit E_a zu leisten. Der Rest der Energie wird als kinetische Energie frei.

Millikan (Phys Rev. 7,355 (1916))



$$h\nu = eE_a$$

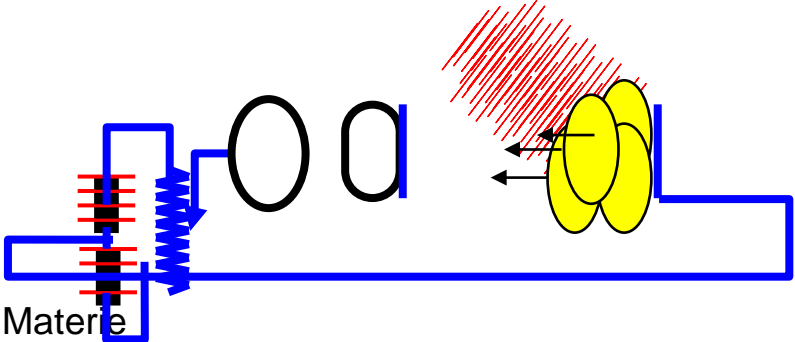
(materialabhängig)

$$h = 6.56 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

Fehler < 1% !!

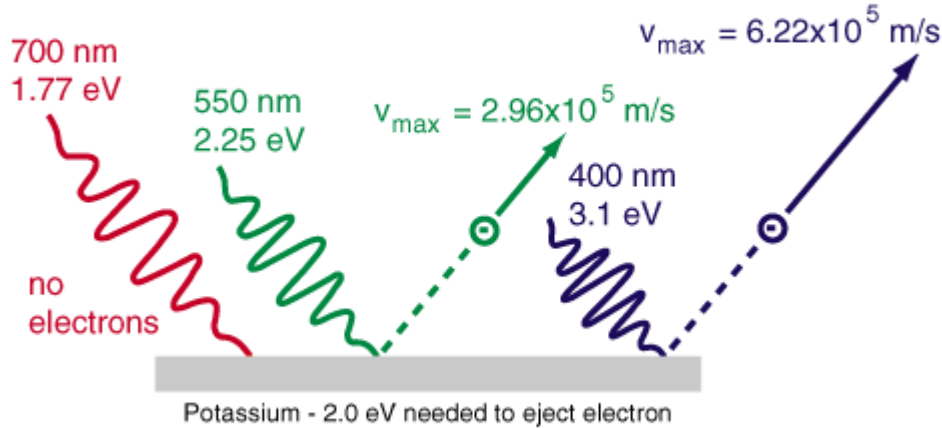
(6.626210⁻³⁴ J s)

$$E_{\text{max}} = h\nu - eE_a$$

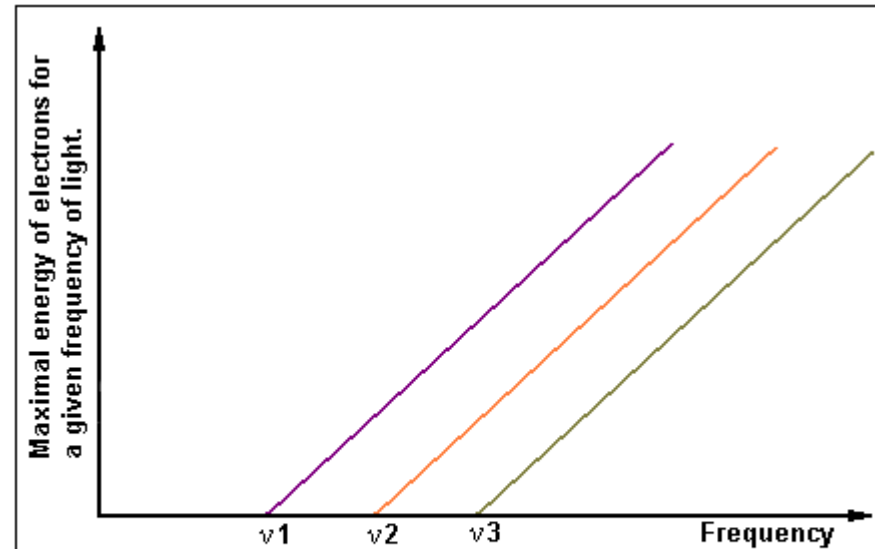


Der photoelektrische Effekt

$$E_{\text{photon}} = h\nu$$



Photoelectric effect



The diagram shows the interdependence between light frequency and the maximal energy of electrons emitted from metal. It shows the interdependence for three different metals. See that it clearly shows the limiting frequencies - different for different metals



The Nobel Prize in Physics 1923

"for his work on the elementary charge of electricity and on the photoelectric effect"



Robert Andrews Millikan

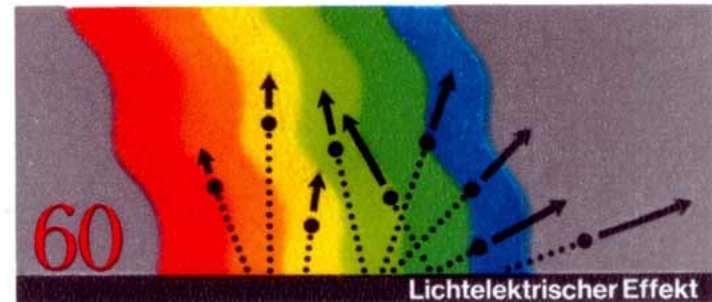
USA

California Institute of Technology
Pasadena, CA, USA

b.1868

d.1953

ALBERT EINSTEIN*NOBELPREIS PHYSIK 1921



DEUTSCHE BUNDESPOST

1979

Eigenschaften des Photons

- Energie: $E = h \nu$ (Planck)
- Masse $m = E/c^2 = h \nu/c^2$ (Einstein: $E=mc^2$)
- Impuls $p = m c = h \nu/c = h/\lambda$
- Ruhemasse $m_0 = 0$

Photoelektrischer Effect: Energie- und Impulserhaltung

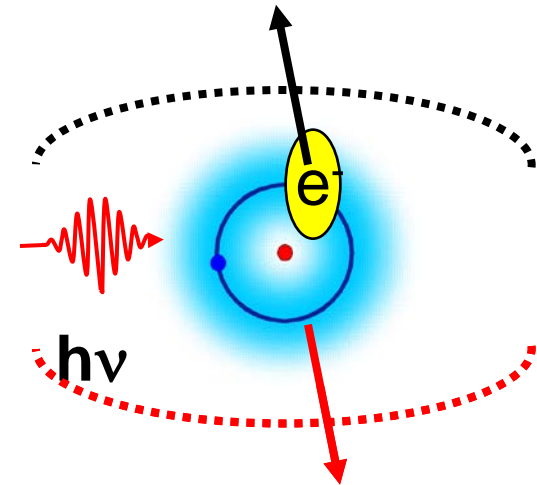
Beispiel:

$$h\nu=99\text{eV}$$

$$E_e = h\nu - E_{\text{Bindung}} = 75\text{eV}$$

$$p_e = 5 \cdot 10^{-24} \text{kg m/s}$$

$$p_{\text{Photon}} = h \nu / c$$
$$= 5.3 \cdot 10^{-26} \text{kg m/s}$$

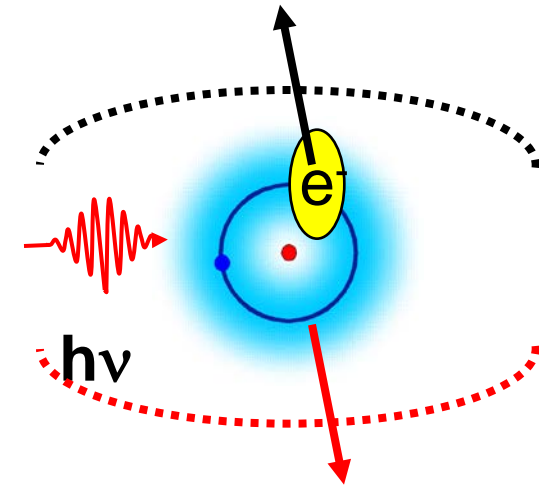
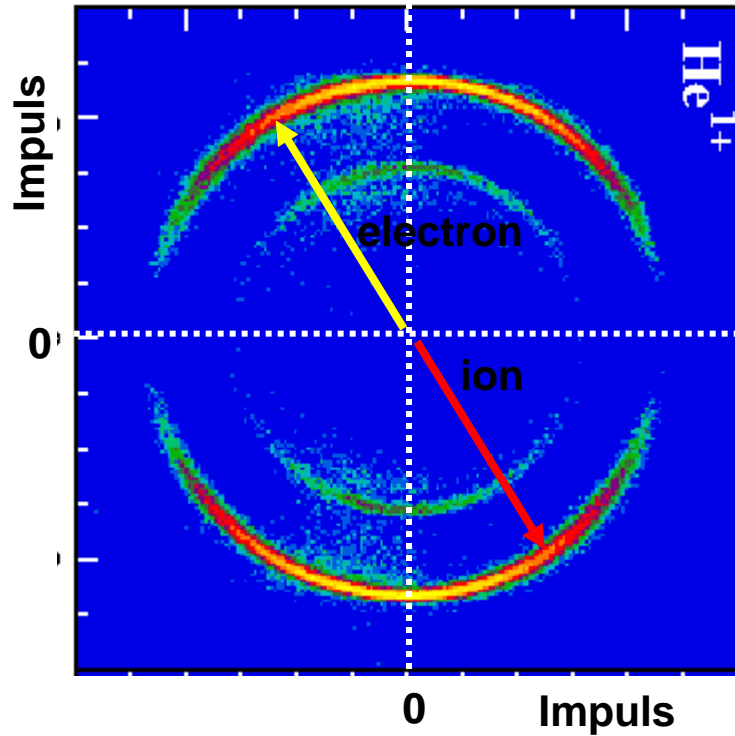


Photonimpuls
klein



Ion oder Festkörper
kompensieren
Elektronenimpuls
($E_{\text{ion}} = E_e \cdot m_e / m_{\text{ion}}$)

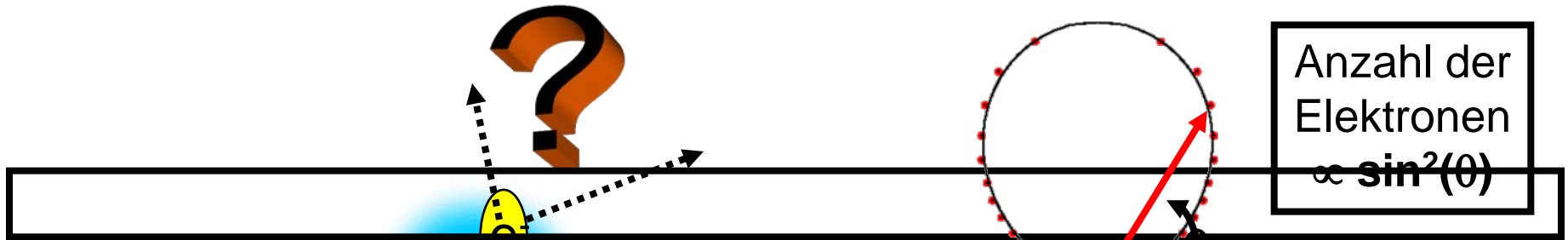
Photoelektrischer Effect: Energie- und Impulserhaltung



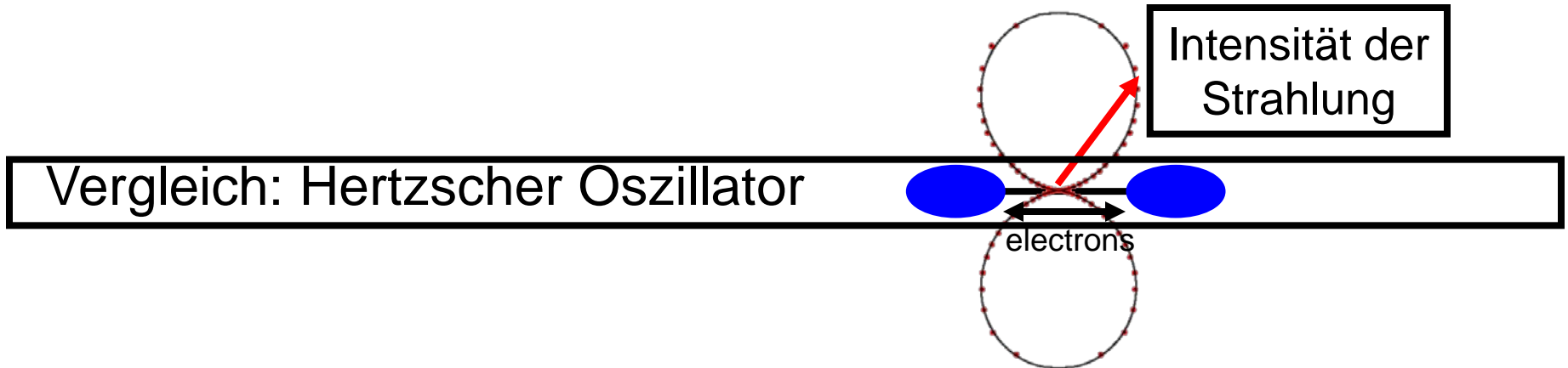
99 eV, linear polarisiert
 $\gamma + \text{He} \rightarrow \text{He}^{1+} + e^{-}$

Richtung der Photoelektronen:

85 eV, linear polarisiert
 $\gamma + \text{He} \rightarrow \text{He}^{1+}(1s) + e^{-}$

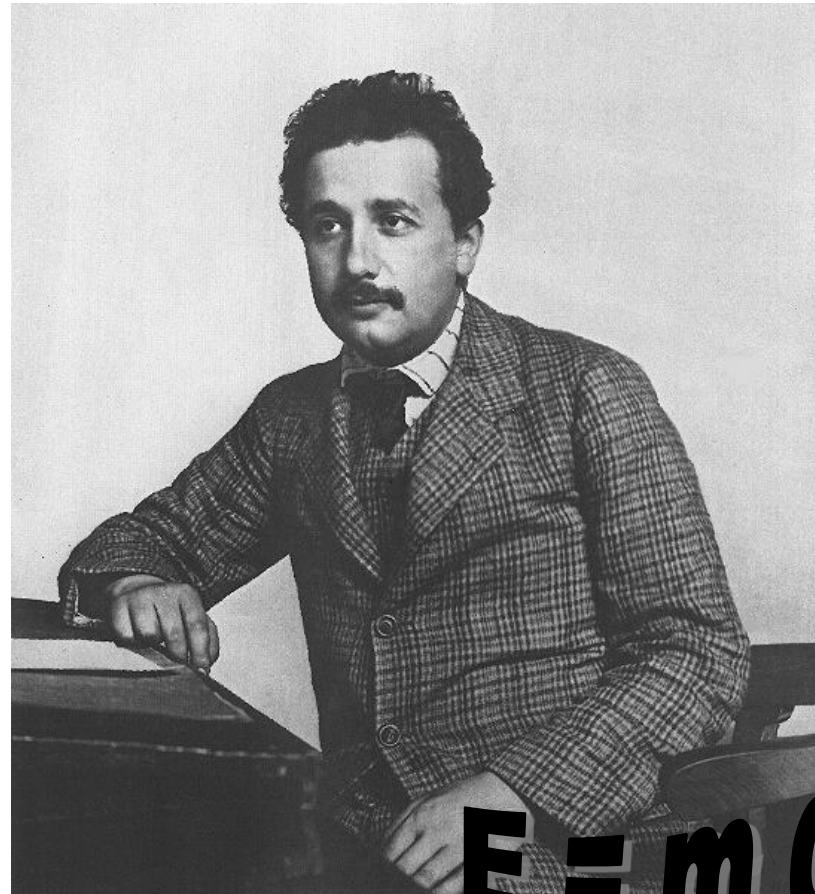


**Stimmt nicht immer!
HOT TOPIC TODAY!**



Albert Einstein

* 14. März 1879 in Ulm, Württemberg
+ 18. April 1955 in Princeton, New Jersey, USA
Nobelpreis 1921 für Photoeffekt



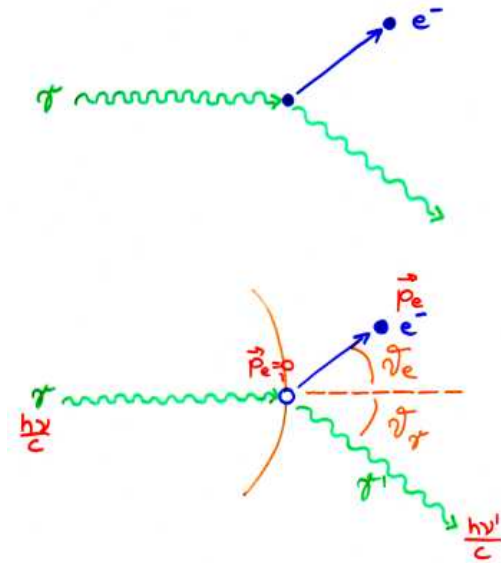
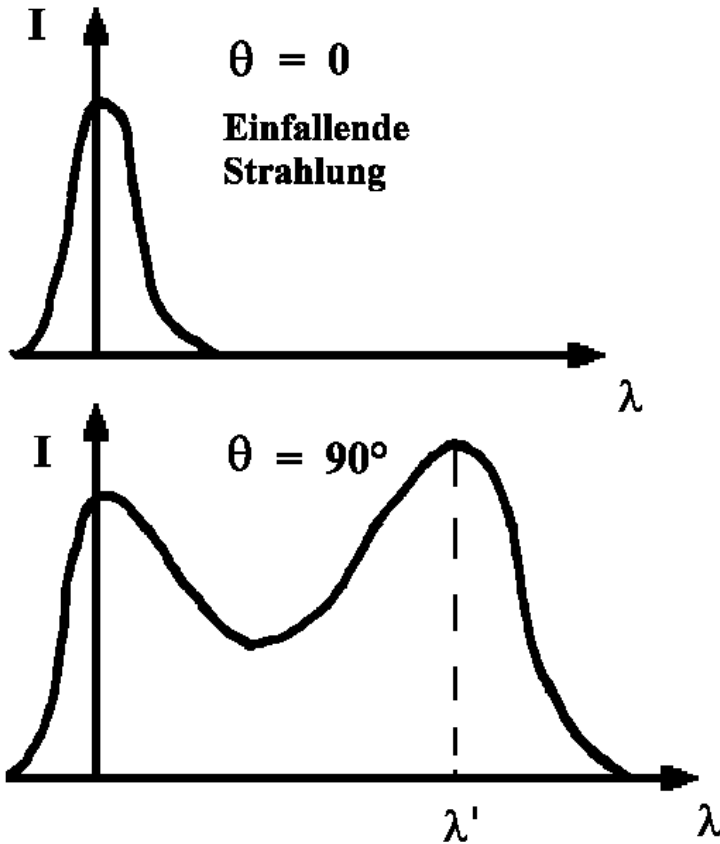
Allg. und Spezielle Relativitätstheorie
Es gibt Atome und Moleküle
Lichtquanten haben Masse und Impuls

$$E = mc^2$$

Albert Einstein



Der Compton-Effekt



klassische Erwartung:

Durch die Streuung von Licht ändert sich die Frequenz der Strahlung nicht.

Experiment:

Röntgenstrahlen fallen auf Graphit und werden z.T. in alle Richtungen gestreut. Die Streustrahlung besitzt eine Komponente mit genau der gleichen Frequenz wie die einfallende Strahlung, während die andere Komponente eine niedrigere Frequenz aufweist. Die Frequenz nimmt um so mehr ab, je größer der Streuwinkel ϑ wird.

Quantenerklärung:

Licht wird wie Teilchen mit einem Impuls behandelt. Unter Berücksichtigung der Energieerhaltung erhält man die Wellenlänge λ' der gestreuten Strahlung in Übereinstimmung mit dem Experiment $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$

Photonen verhalten sich wie Teilchen !

Eigenschaften des Photons

Photoeffekt

- Energie: $E = h\nu$
- Impuls: $p = h\nu/c$
- Masse: $m = E/c^2 = h\nu/c^2$
- Ruhemasse: $m_0 = 0$

Comptonstreuung

Rotverschiebung
bei Bewegung gegen Gravitation

Photonen im Gravitationsfeld

Photonenmasse:
$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$$

ΔE im Gravitationsfeld:
$$\Delta E = mgH$$

$$= h\nu_1 - h\nu_2 = h\Delta\nu$$

$$\Rightarrow \Delta\nu = \frac{mgH}{h} = \frac{vgH}{c^2} \Rightarrow \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{gH}{c^2}$$

Bestätigt mittels Mößbauer-Spektroskopie

Bemerkungen:

- Rotverschiebung bei Abstrahlung von Sonne:

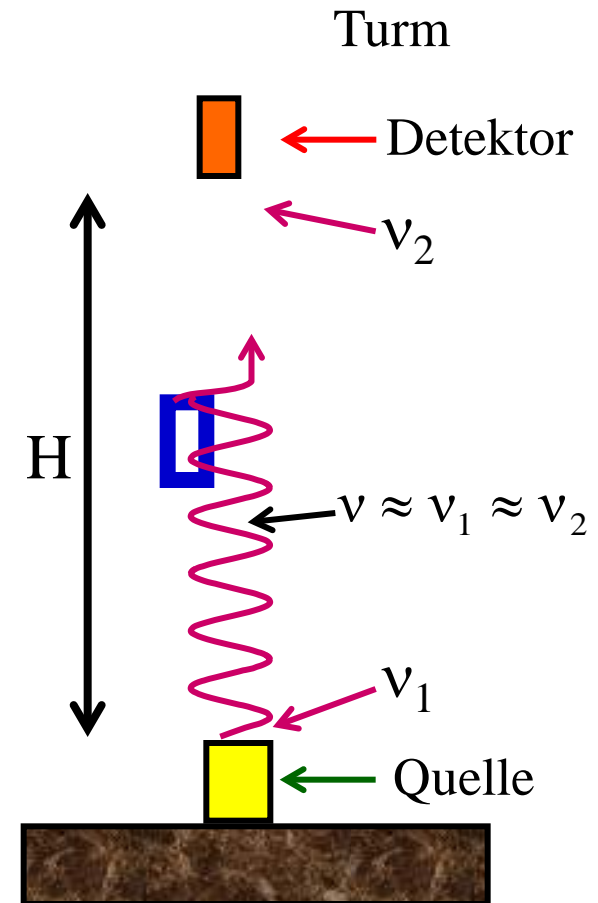
$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = G \frac{M}{Rc^2}$$

- $\nu_2 = 0 \Leftrightarrow$ unendliche Rotverschiebung

→ Schwarzschildradius $R_S = GM/c^2$

→ Schwarze Löcher

- Wellenbild ergibt gleiches Resultat mittels Zeitdilatation im Gravitationsfeld

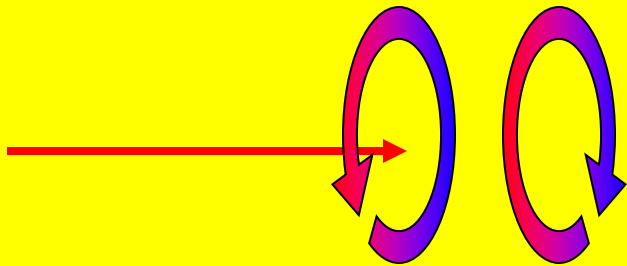


R. V. Pound and G. A. Rebka:
Phys. Rev. Lett. 4 (1960) 337

Eigenschaften des Photons

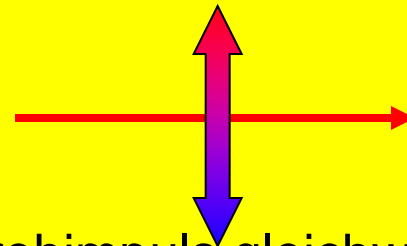
- Energie: $E = h \nu$
- Impuls $p = h\nu/c = h/\lambda$
- Masse $m = E/c^2 = h \nu/c^2$
- Ruhemasse $m_0 = 0$
- Drehimpuls $s_{ph} = h/2\pi = \hbar$

zirkularpolarisiertes Licht



Photonendrehimpuls $\pm \hbar$

linear polarisiertes Licht



Drehimpuls gleichwahrscheinlich
in oder gegen Ausbreitungsrichtung

de Broglie: Materie ist eine Welle



De Broglie's Doktorarbeit "Recherches sur la théorie des quanta" von 1924 postulierte für eine Masse m bei der Geschwindigkeit v :

Wellenlänge

$$\lambda = h/mv$$

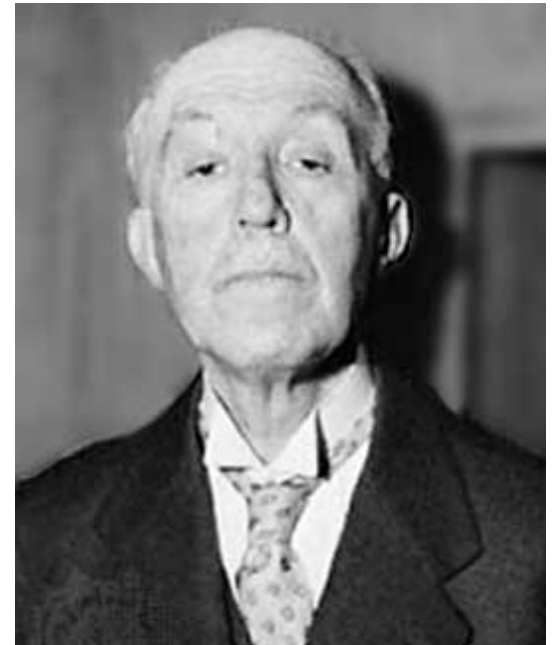
Frequenz

$$\nu = mc^2/h$$

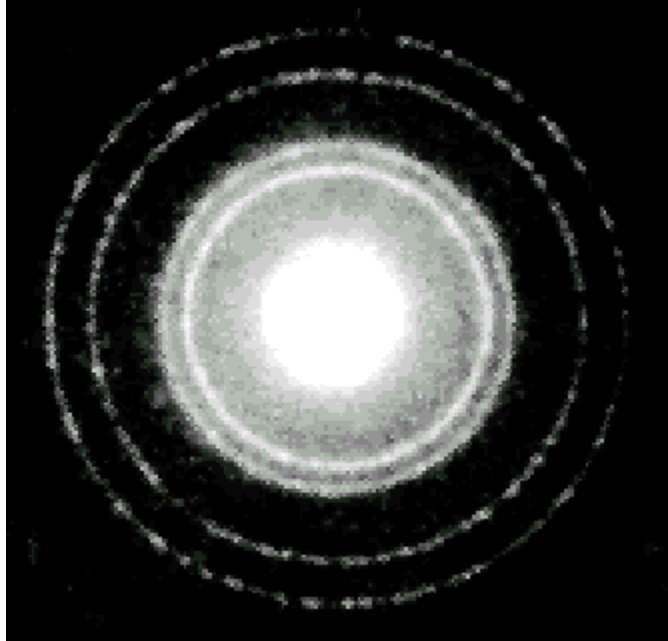
**Louis Victor Pierre Raymond
duc de Broglie**

*** 15. Aug. 1892 in Dieppe, Frankreich
+ 19. März 1987 in Paris, Frankreich**

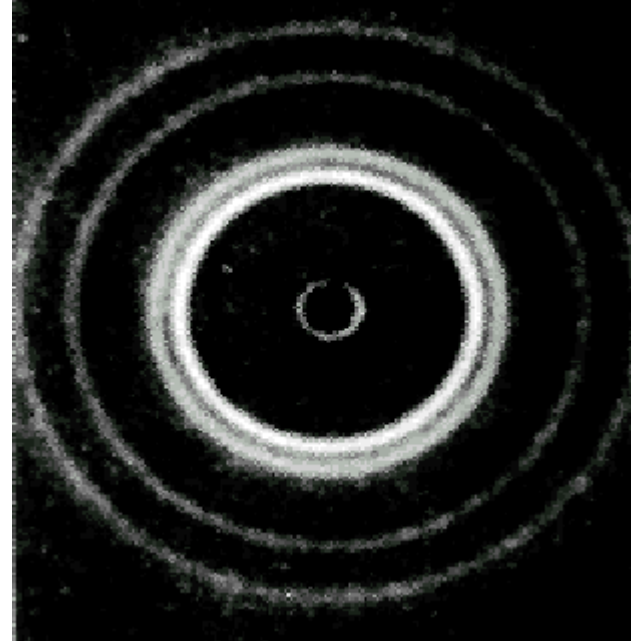
Nobelpreis 1929



Experiment: Materie ist eine Welle



Elektronenbeugung



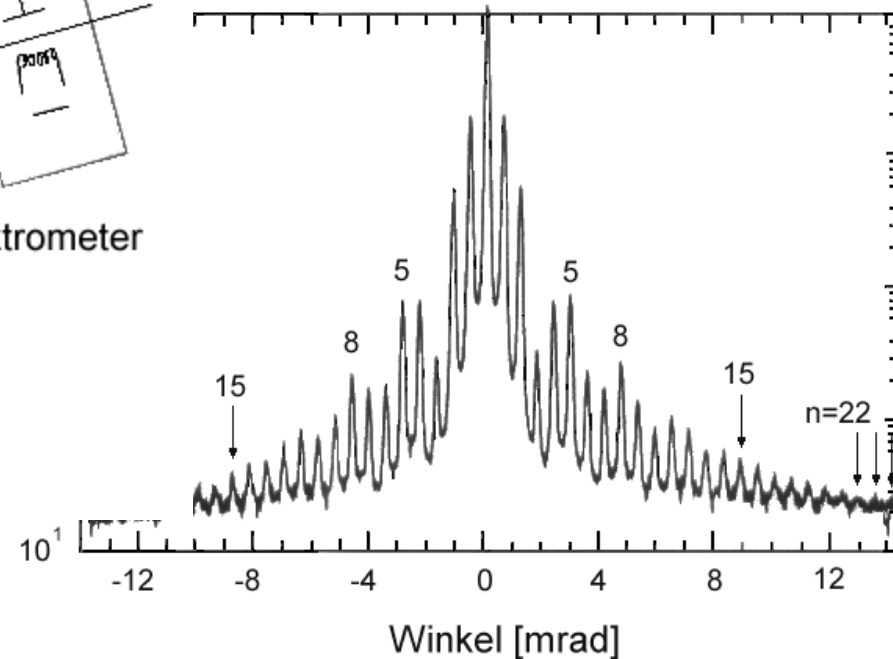
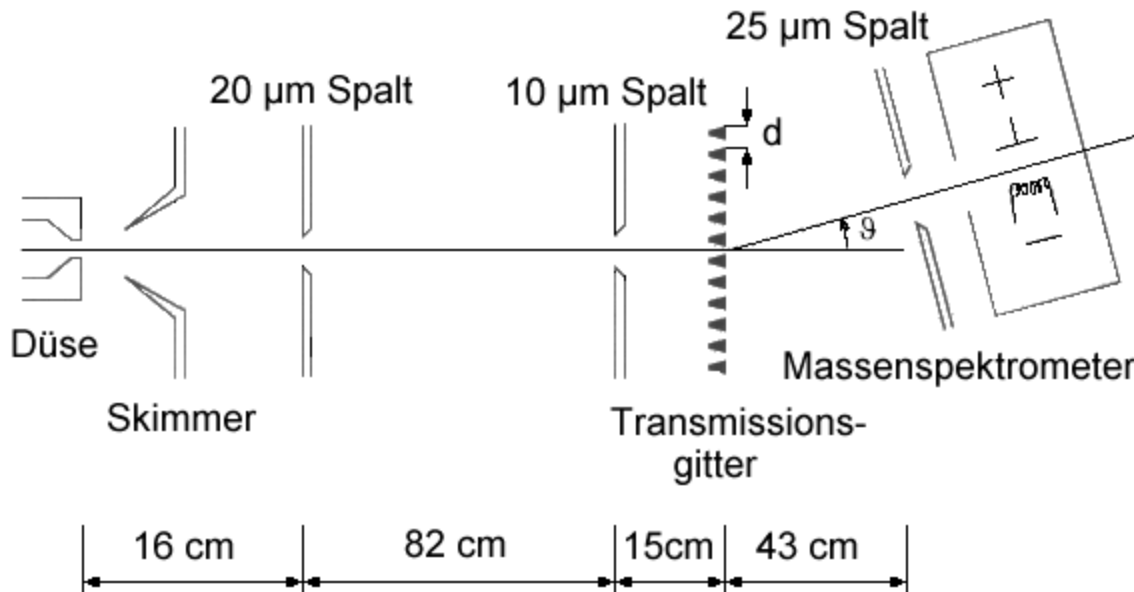
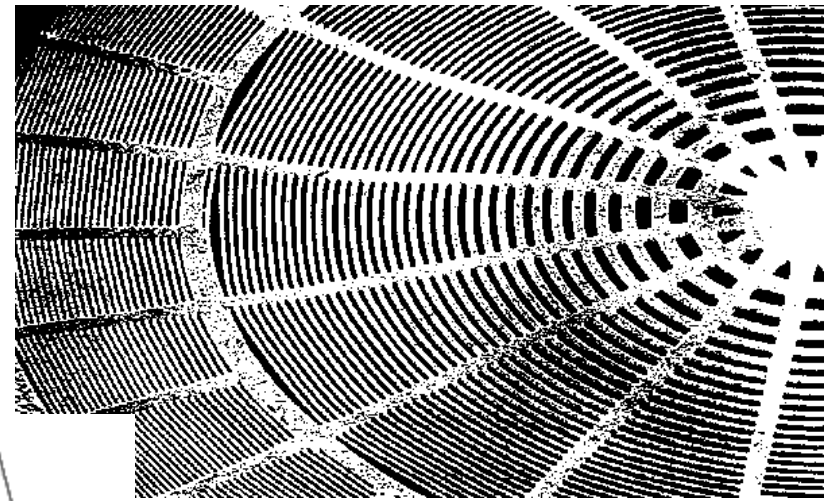
Röntgenbeugung

Anwendungen der Elektronenbeugung

- Bei der **Drehkristallmethode** nach Bragg (Beugung von "Elektronenwellen" an einem Kristall) kann man den Abstand der Kristallebenen und somit den Aufbau von Kristallen bestimmen. Dabei wird ein Elektronenstrahl unter einem bestimmten Winkel auf die Oberfläche des Kristalls gestrahlt und unter dem selben Winkel nach der Reflexion wieder aufgefangen. Dieser Winkel wird nun solange geändert, bis man beim Aufangenen ein Maximum registriert. Der Abstand der Kristallebenen lässt sich nun nach $2 d \sin a = n l$ berechnen (d =Abstand, a =Ein- und Ausfallswinkel, n =Nummer des Maxima, l =Wellenlänge).
- Auch **Atomstrahlen und Molekülstrahlen** werden unter ähnlichen Bedingungen gebeugt.
- Für beide Anwendungen werden alternativ auch Röntgenstrahlen benutzt. Die Elektronen werden von den Atomkernen gestreut, während die Röntgenstrahlen von den Hüllenelektronen gestreut werden. Die Elektronen werden deshalb weniger diffus als Röntgenstrahlen gestreut, aber sie werden durch dicke Schichten des Kristalles sehr stark absorbiert.
- Die neuen Erkenntnisse über Elektronen ermöglichten die Entwicklung von **Elektronenmikroskopen**. Elektronenstrahlen können durch magnetische Linsen fokussiert und gebrochen werden. Man arbeitet im Vakuum. Der formale Aufbau gleicht dem des Lichtmikroskops. **Ernst RUSKA, Nobelpreis 1986, und MAX KNOLL** bauten 1931 aus magnetischen Linsen das erste Elektronenmikroskop.
- Nachfolgend entwickelte **MANFRED VON ARDENNE**, 1939 das **Rasterelektronenmikroskop**. Hier tastet ein sehr feiner Elektronenstrahl das Objekt punktwise ab. Die Strahlposition wird als Bildpunkt auf den x-y-Koordinaten einer Bildröhre angezeigt. Ein Detektor mißt die vom Objekt emittierten Sekundärelektronen, ihre Anzahl moduliert die Lichtstärke des entsprechenden Bildpunktes.
- Mittels dieser neuen Technik kann heute eine bis zu 100.000-fache Vergrößerung erreicht werden. Das Abbild ist kontrastreich und erscheint dem Beobachter plastisch. Die Präparation des Objektes ist einfach (es lassen sich z.B. auch intakte Insekten abbilden). Sogar Strukturen bis zu 0,000005 mm werden aufgelöst.
- Weitere Entwicklungen: Durchstrahl - Rasterelektronenmikroskop, das Feldemissionsmikroskop sowie das **Tunneleffekt - Rastermikroskop**

Fokussierung und Beugung von Helium

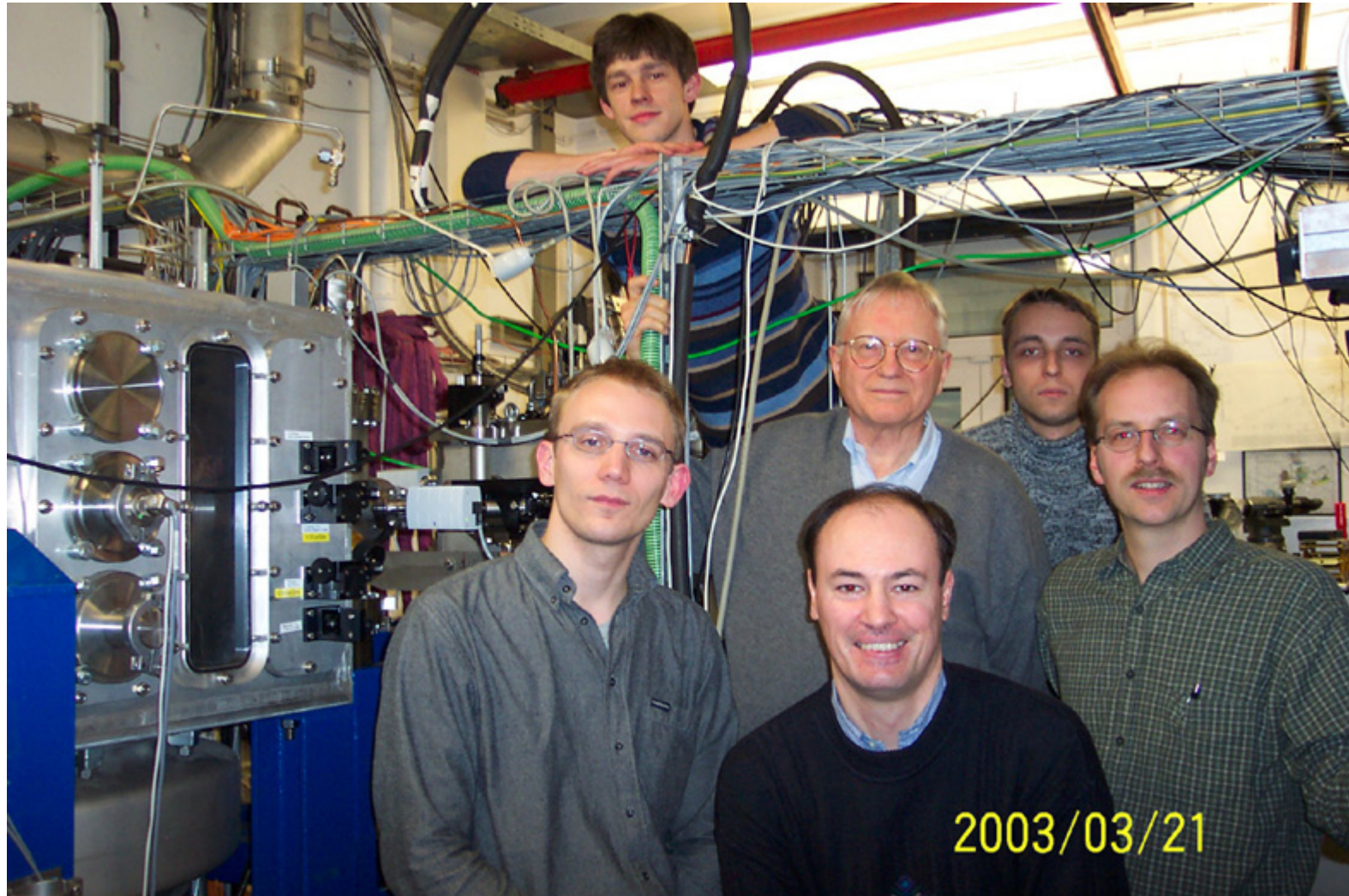
Licht lässt sich aufgrund der Beugungseigenschaften mit Fresnellinsen fokussieren. Dies gelingt auch mit Heliumatomen, wenn man besonders feine Spalte benutzt.



Die gestreuten He-Atome wurden mit einem Massenspektrometer detektiert und die hier dargestellte räumliche Verteilung entspricht genau der zu erwarteten Beugung nach de Broglie.

Experiment: Materie ist eine Welle

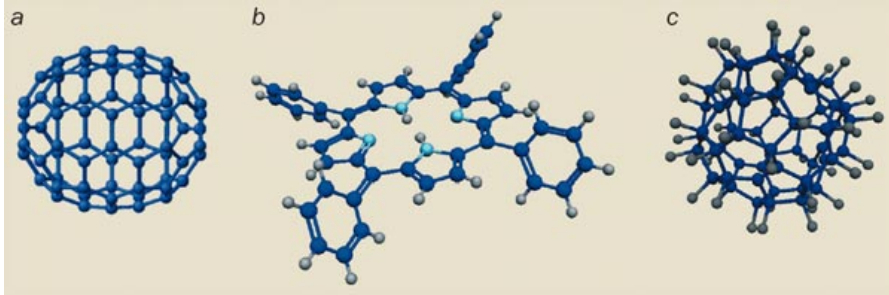
AG Prof. Toennies, MPI Göttingen



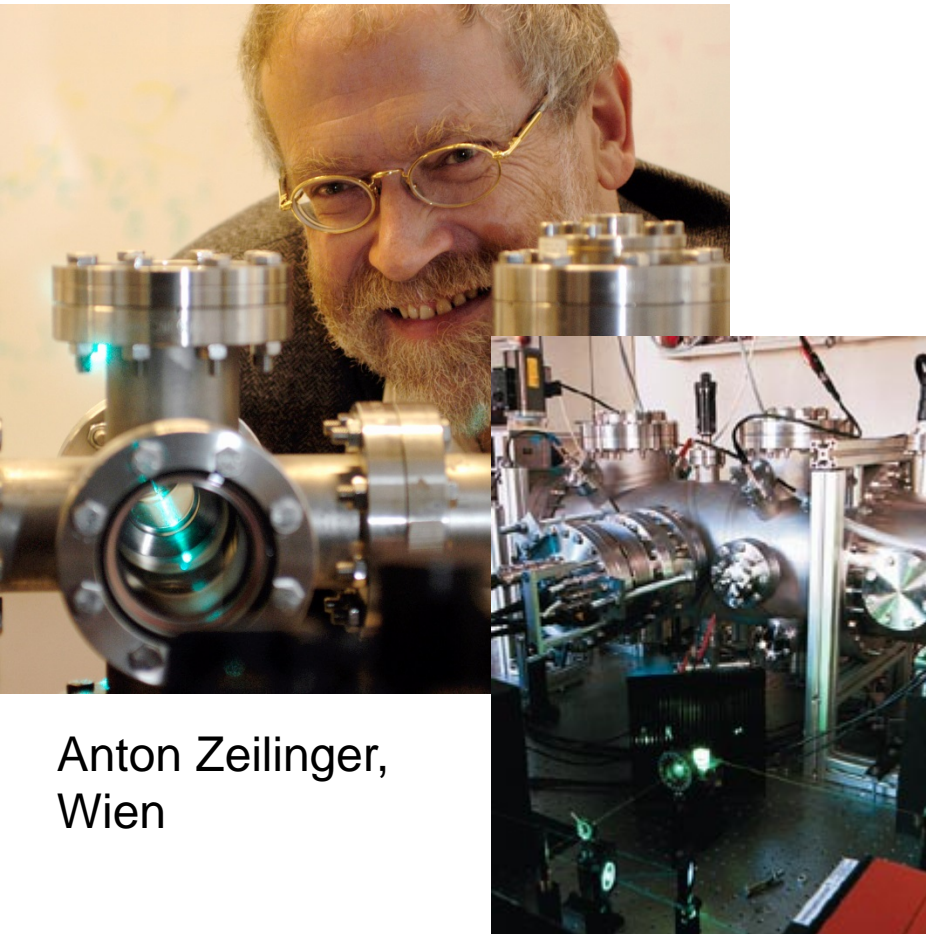
30.04.2015

PC III Aufbau der Materie

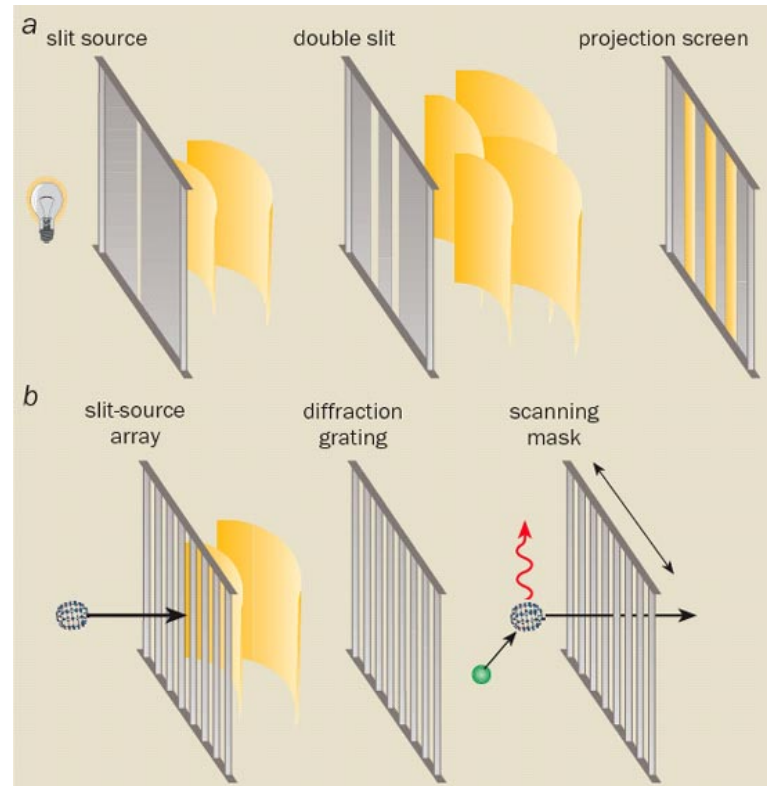
Experiment: Materie ist eine Welle



- (a) Buckyball C-70;
- (b) Biomolekül Tetraphenylporphyrin (TPP) C₄₄H₃₀N₄ erstes Biomolekül, das Wellencharakter zeigt;
- (a) das Fulleren C₆₀F₄₈. (Masse 1632 au; momentaner Weltrekord (April 2005))



Anton Zeilinger,
Wien

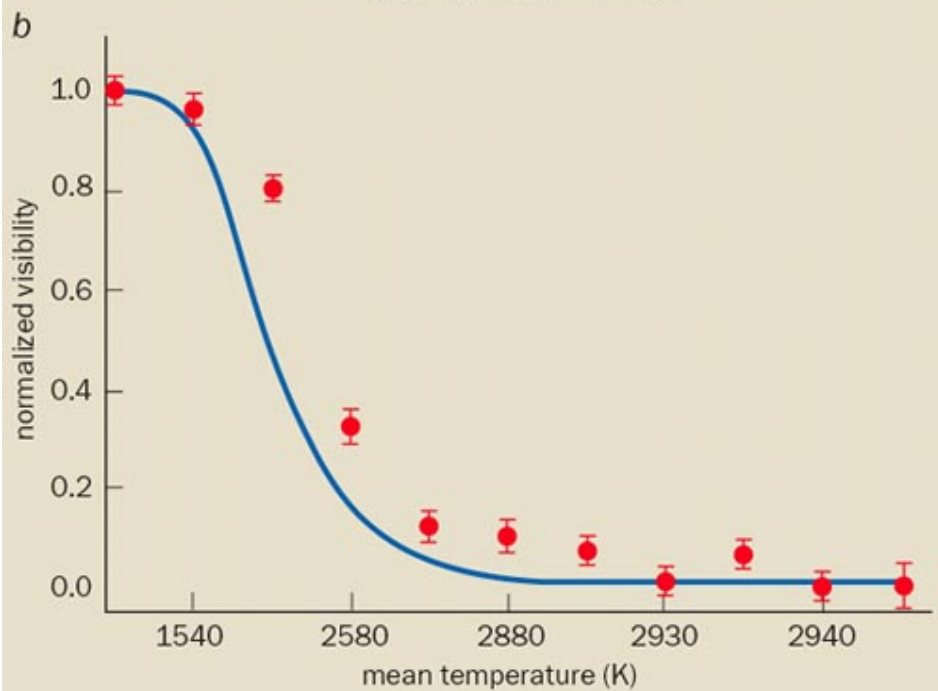
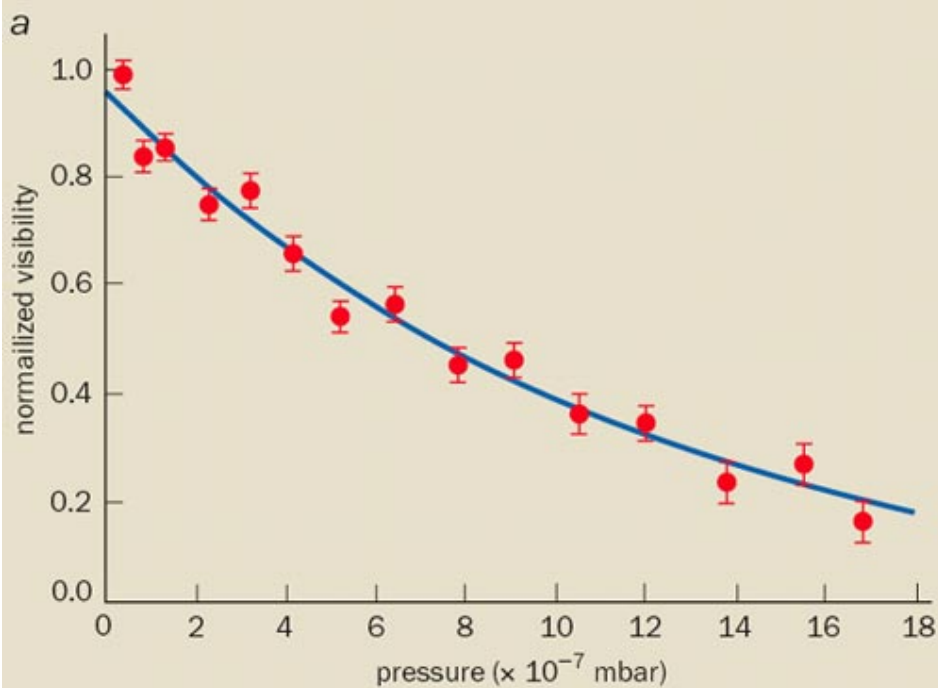


Keine Interferenz, wenn das Molekül mit Gas (grün) kollidiert oder ein Photon emittiert (rot).

Experiment: Materie ist eine Welle

Die Interferenz (hier Visibility) nimmt ab, wenn das Molekül

- (a) mit Gas kollidiert oder
- (b) ein Photonen emittiert (hier durch Erhöhung der Temperatur mit Laserbestrahlung).



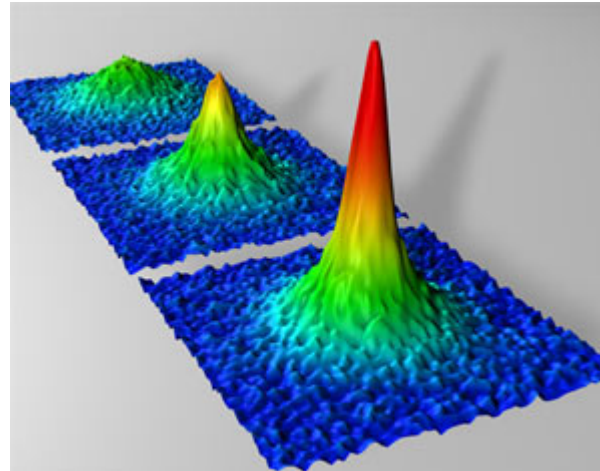
Bose-Einstein-Kondensat

Die so genannte thermische de Broglie Wellenlänge stellt ein einfaches Mittel zur Abschätzung der Quantennatur eines System dar. Quanteneffekte fangen an eine Rolle zu spielen, wenn die thermische Wellenlänge mit anderen charakteristischen Längen des Systems – wie der mittleren freien Weglänge der Teilchen oder dem Systemvolumen – vergleichbar werden.

Da $\lambda = h/mv$ und $v \sim T^{1/2}$ folgt $\lambda \sim 1/T^{1/2}$

Die Wellenlänge nimmt also bei sinkender Temperatur zu. Folglich verhält sich ein Gas bei (sehr) tiefen Temperaturen nicht mehr klassisch.

Bose-Einstein-Kondensate können entstehen, wenn die thermische Wellenlänge in dem Bereich des Abstands zweier Atome liegt. Daher müssen zur Erzeugung solcher Kondensate die Materialien auf extrem niedrige Temperaturen (μK) gebracht werden.



Die Dichteverteilung ist charakteristisch für das Bose-Einstein-Kondensat

de Broglie Wellenlänge

Thermische deBroglie Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$$

273 K (0°C)

Wasser gefriert

77K (-197°C)

Luft wird flüssig

4K (-269°C)

Helium wird flüssig

T (K)

10000

100

10⁻¹

10⁻⁴

10⁻⁶

10⁻⁸

deBroglie Wellenlänge
eines typischen Atoms

0.01 nm

0.1 nm

1 nm

0.01 μm

0.1 μm

1 μm

10 μm

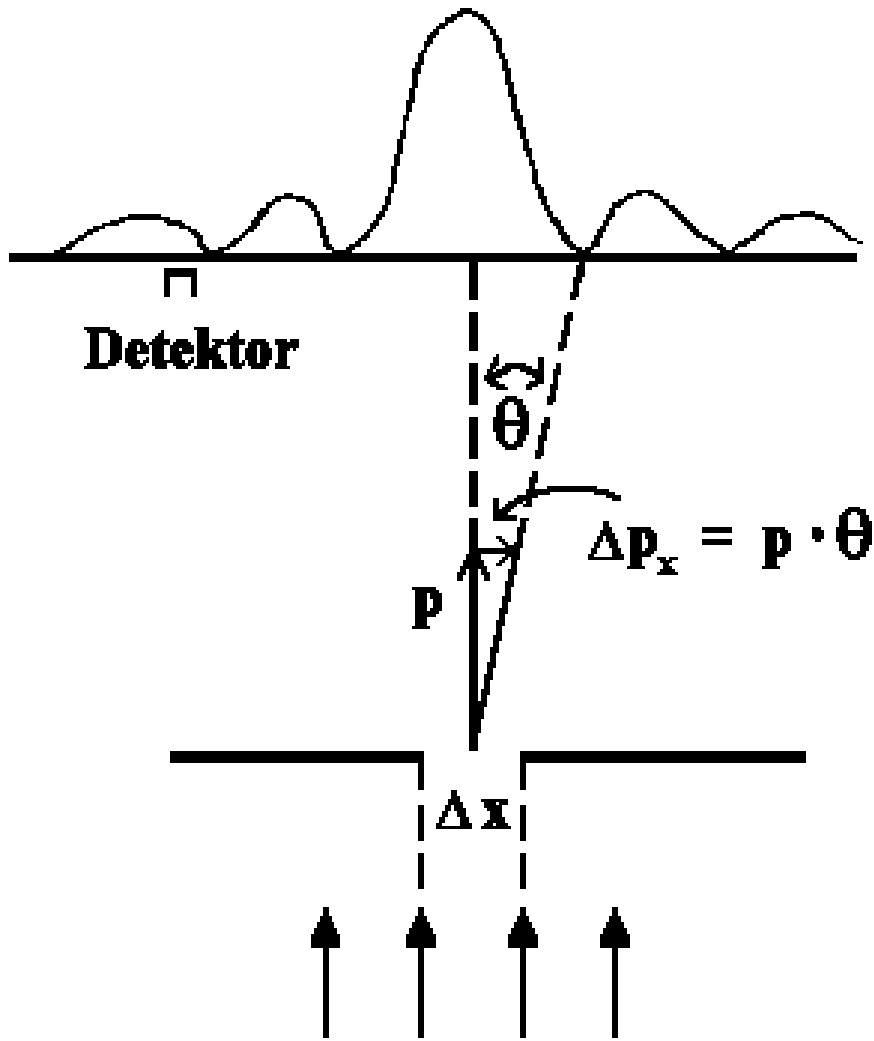


Hier müssen wir hin, um Wellencharakter
auf einer makroskopischen Skala zu sehen !

Photonen in der (nichtdigitalen) Fotografie



Beugung am Spalt: Ein Weg zur Unschärferelation und zur chemischen Bindung



Interferenz: $\theta = \lambda / \Delta x$
 Impuls bzgl. x: $\Delta p_x \approx p \cdot \theta = p \cdot \lambda / \Delta x$

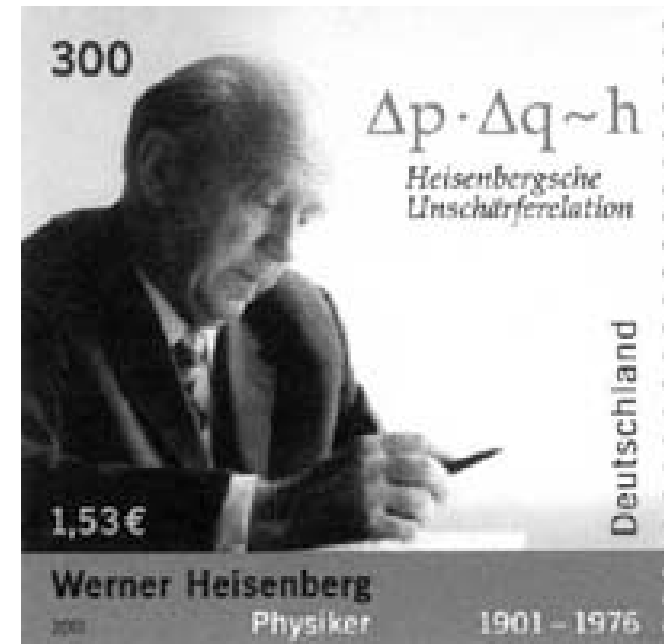
Einstein: $E = mc^2 = p c$
 $p = mc$ $E = h\nu = h c / \lambda$ } $p = h / \lambda$

$$\Delta p_x \approx h / \lambda \cdot \lambda / \Delta x$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$$

Planck-Konstante $h = 6,6260755 \cdot 10^{-34}$ Js

Werner Karl Heisenberg

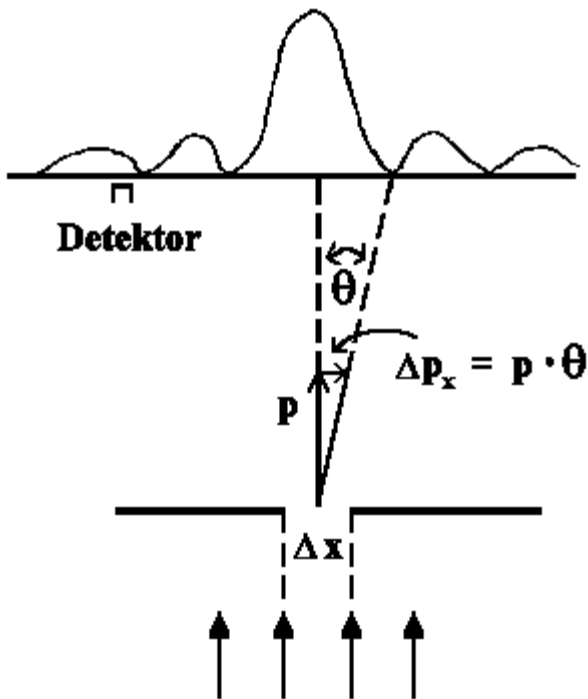


1927 Unschärferelation

* 5. Dez. 1901 in Würzburg
+1. Feb. 1976 in München
Nobelpreis 1932

A handwritten signature of Werner Heisenberg in blue ink, written in a cursive style.

Gedankenexperimente von Heisenberg



Beugung am Spalt

$$\theta = \lambda / \Delta x \quad (\text{Interferenzbedingung})$$

$$\Delta p_x = p \cdot \theta = p \lambda / \Delta x \quad \text{mit } p = h / \lambda$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$$

Elektron unter einem Mikroskop

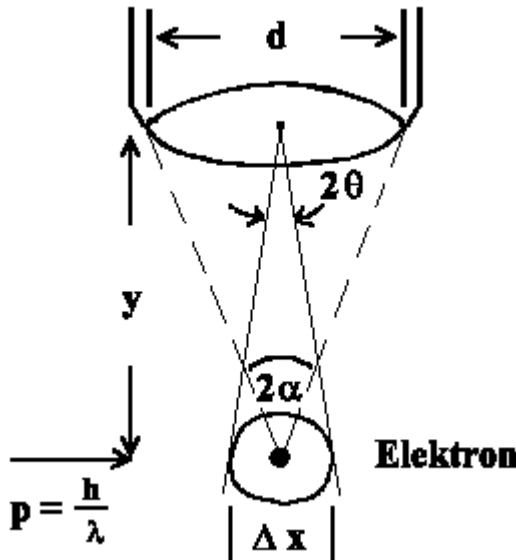
Man sieht nur Licht, das vom Elektron gestreut wird und im Winkel von 2α auf die Linse fällt:

$$\Delta p_x \approx p \cdot \sin \alpha \approx h / \lambda \cdot d / 2y \quad (\sin \alpha = d / 2y)$$

Die genaue Position des Elektrons ist aufgrund der Beugung des Lichtes am Objektiv nicht genau bekannt (begrenzte Auflösungsvermögen).

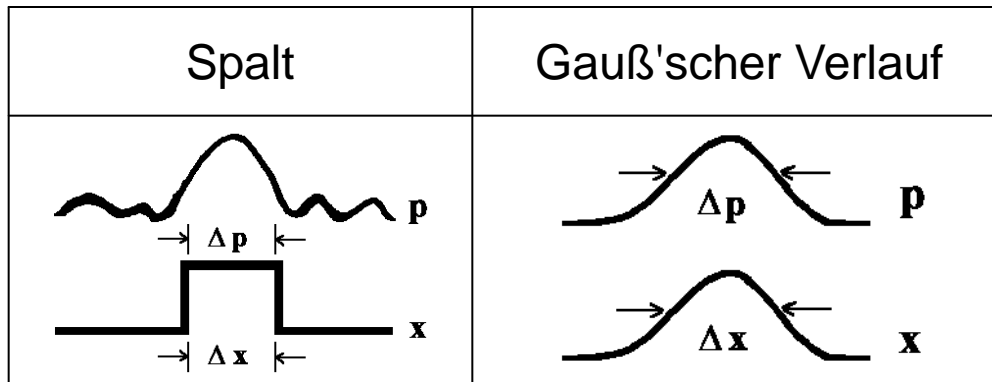
$$\Delta x \approx 2y \sin \theta \approx 2y \cdot \lambda / d$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$$



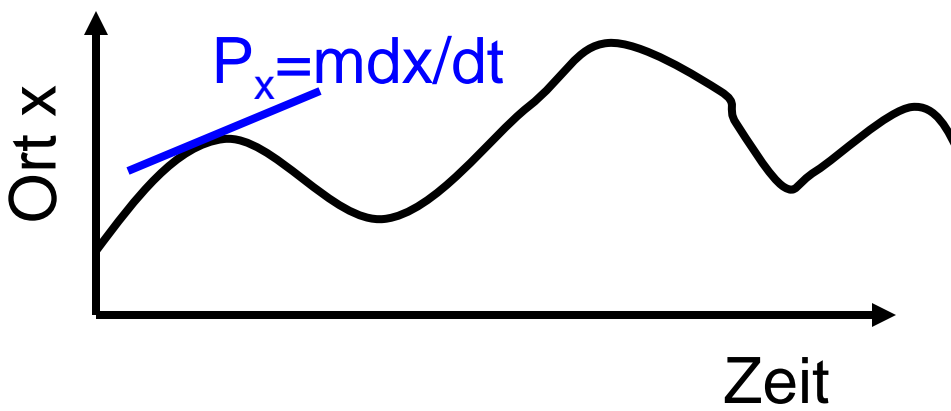
Die Heisenbergsche Unschärferelation

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi} = \frac{\hbar}{2}$$

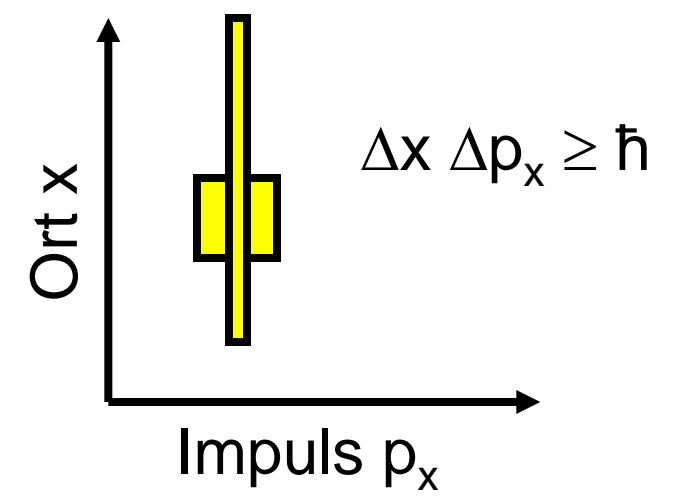
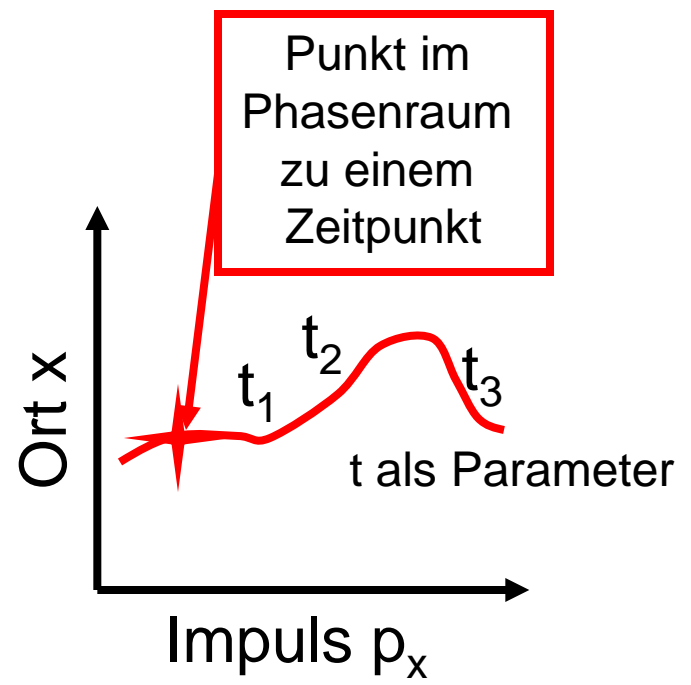
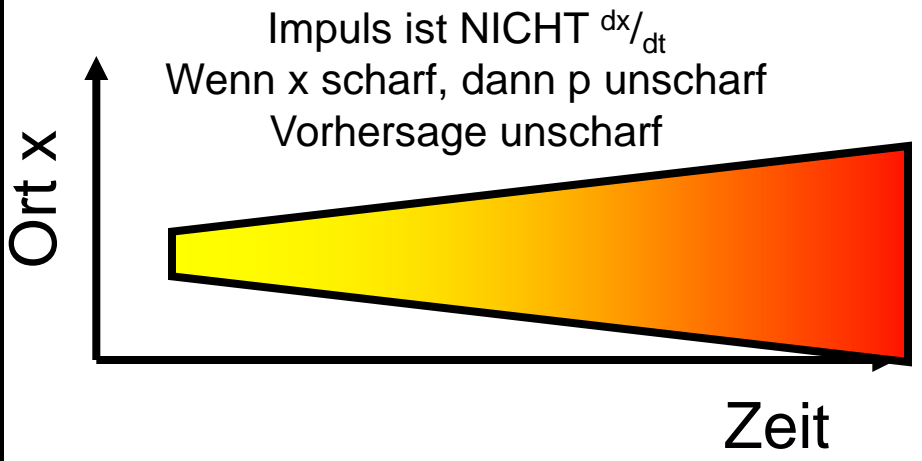


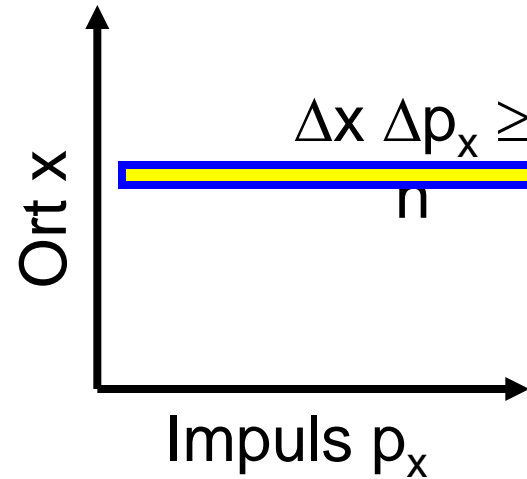
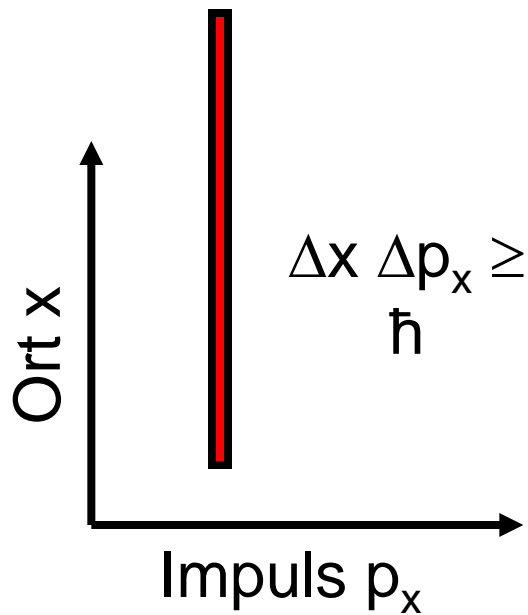
Die Relation $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ erreicht man für optimale Verläufe (Gauß) von x und p .

Klassische Bahn eines Teilchen



QM





Präzise
Impulsmessung

Präzise Ortsmessung
benötigt grossen
Impulstransfer!

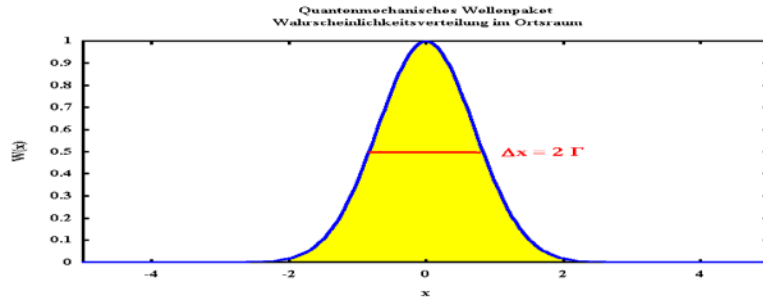


Objekt in
unbekanntem
Zustand

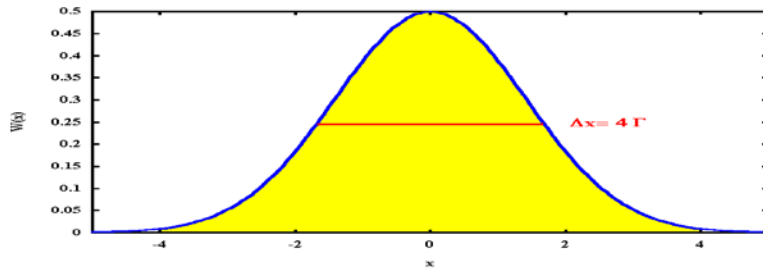
Ort unbekannt,
Impuls bekannt

Objekt wieder in
unbekanntem Impulszustand
Ort bekannt

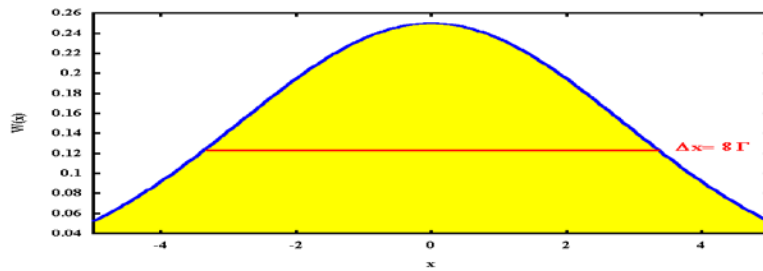
Die Heisenbergsche Unschärferelation



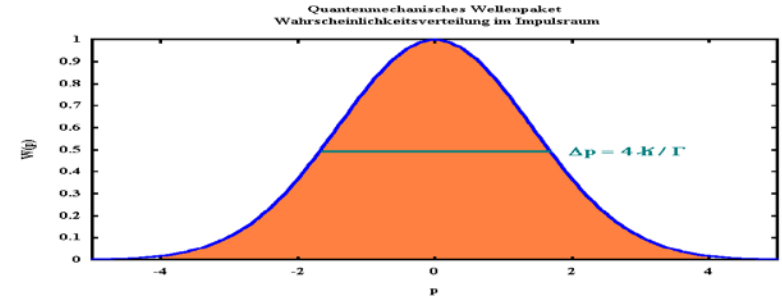
$$\Delta x = \Delta x_0$$



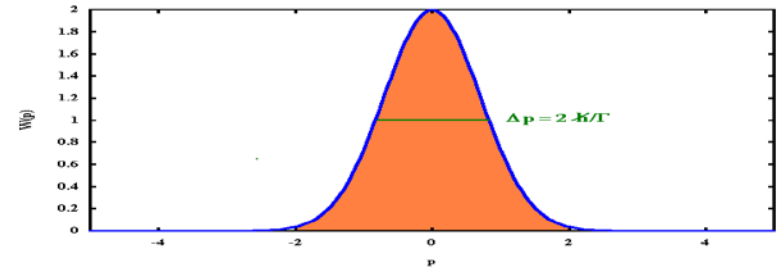
$$\Delta x = 2 \Delta x_0$$



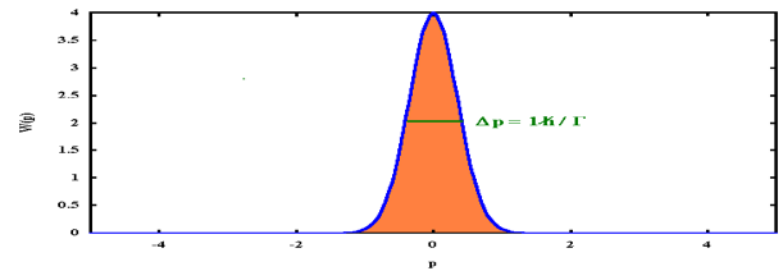
$$\Delta x = 4 \Delta x_0$$



$$\Delta p = \hbar / 2 \Delta x_0$$



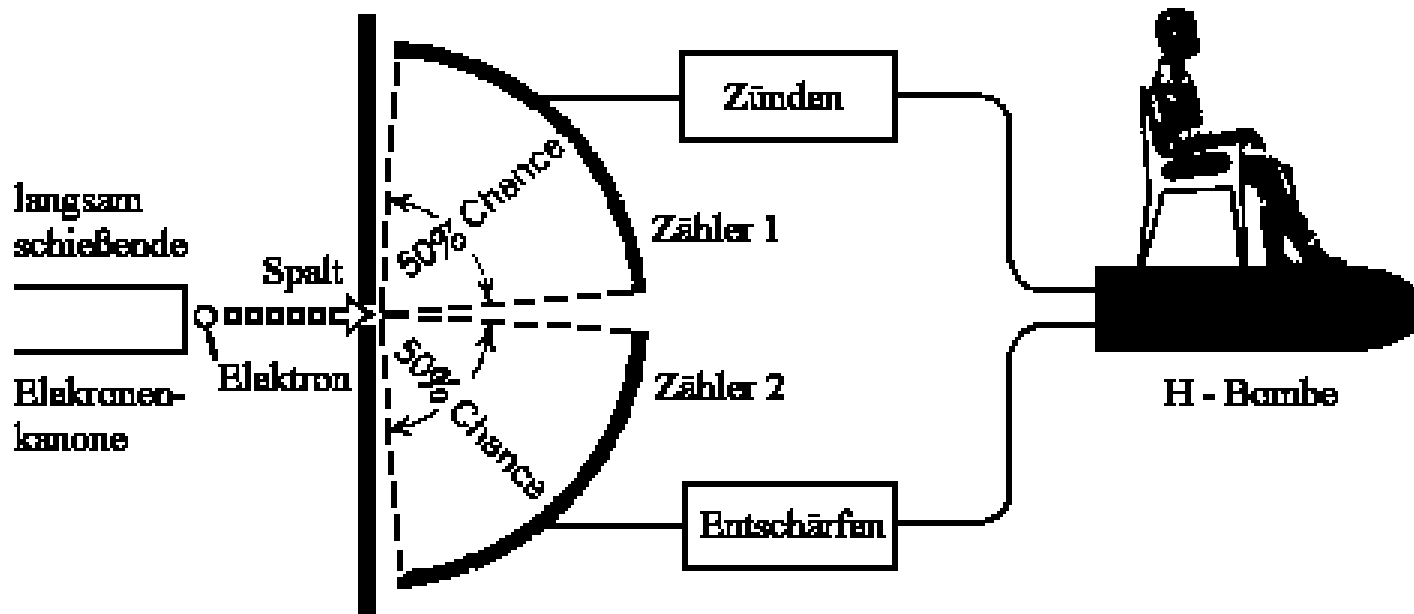
$$\Delta p = \hbar / 4 \Delta x_0$$



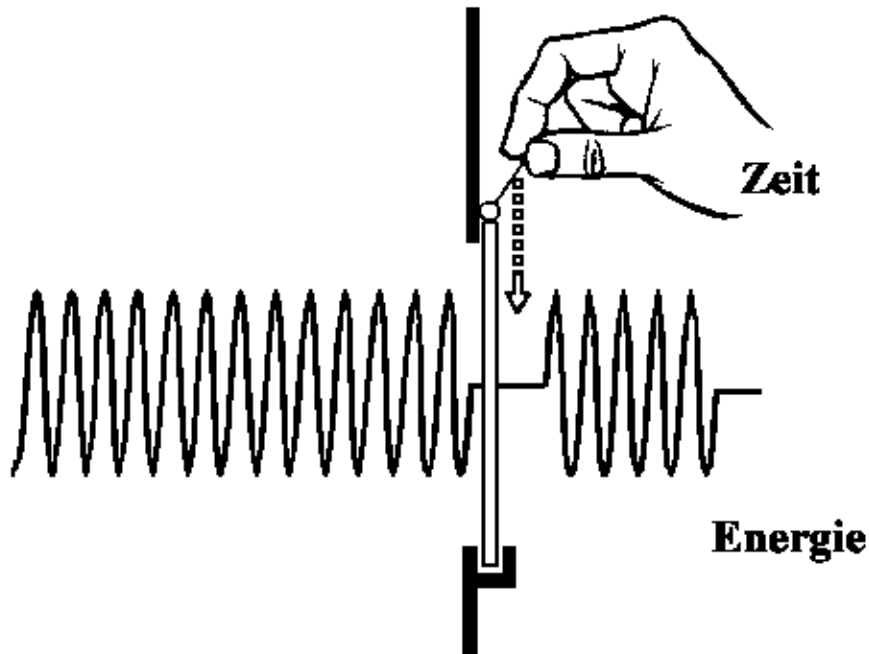
$$\Delta p = \hbar / 2 \Delta x_0$$

Die Heisenbergsche Unschärferelation

Die Unschärferelation lehrt uns, dass es prinzipiell **keine** Möglichkeit gibt vorherzusagen, ob ein Elektron (in der unteren Abbildung) die H-Bombe zündet oder entschärft!



Die Heisenbergsche Unschärferelation



Nicht nur zwischen p und x , d. h. Impuls und Ort, gibt es eine Unbestimmtheitsrelation, sondern auch zwischen anderen Größen, wie Energie und Zeit:

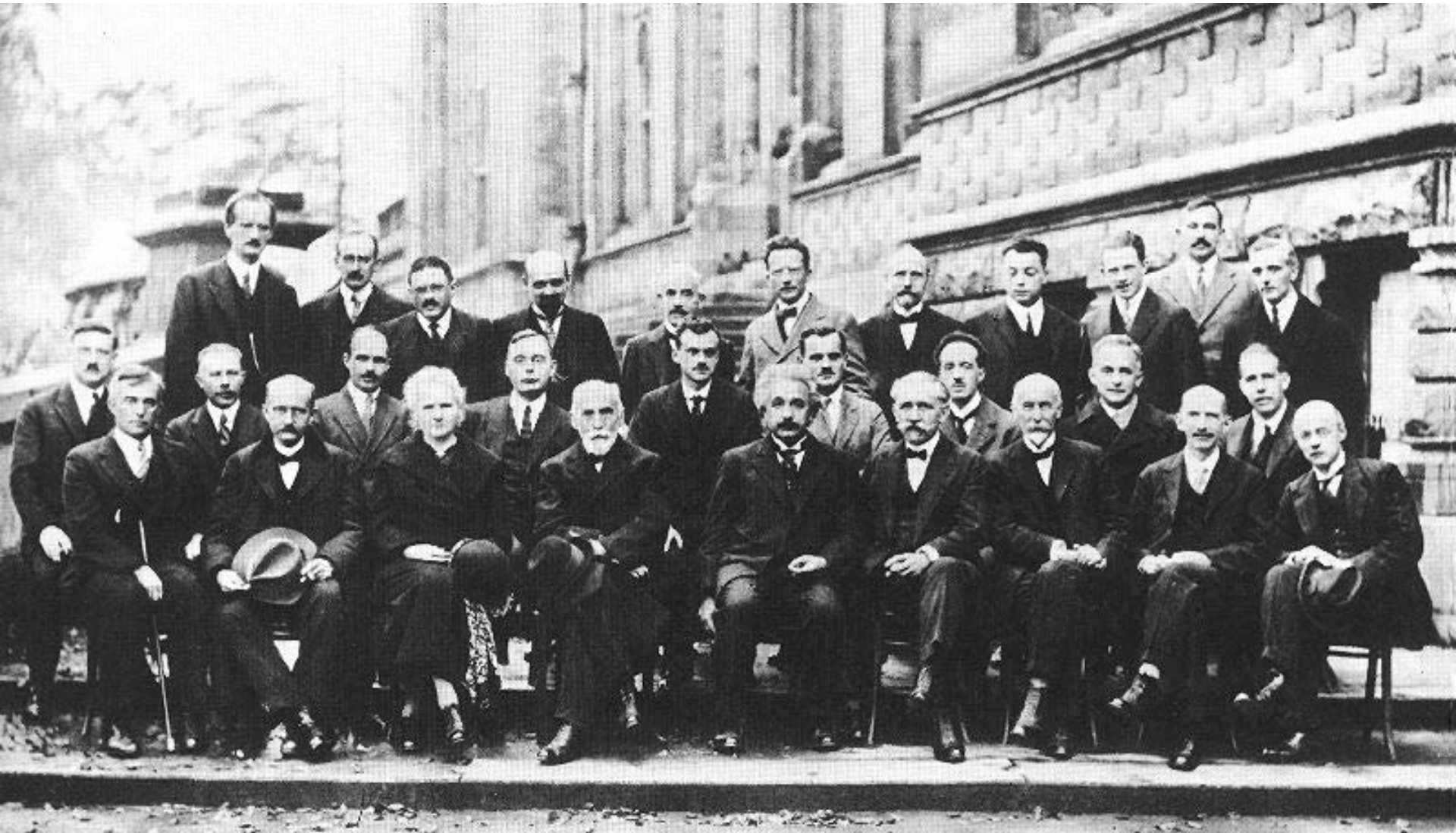
$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} = \frac{\hbar}{2}$$

da $E = h\nu$

$$\Delta \nu \cdot \Delta t \geq \frac{1}{4\pi}$$

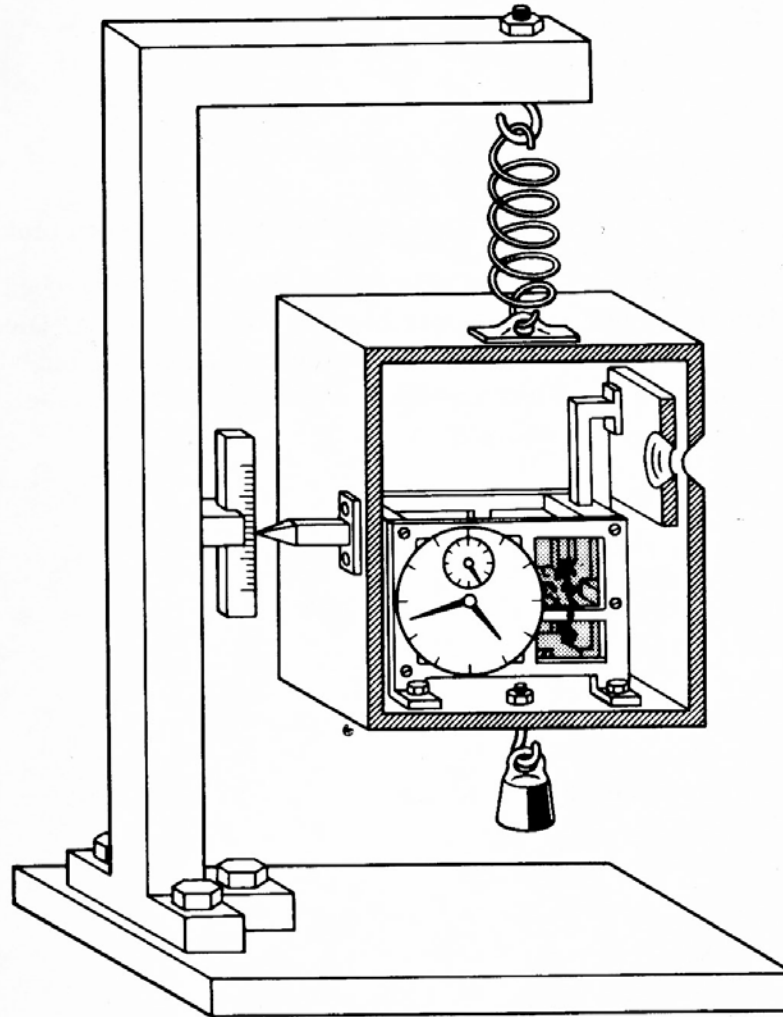
Es gibt danach eine untere Grenze für die Frequenzschärfe eines Lichtpulses.

Solvay Konferenz in Brüssel im Oktober 1927



A. PICCARD E. HENRIOT P. EHRENFEST Ed. HERZEN Th. DE DONDER E. SCHRÖDINGER E. VERSCHAFFELT W. PAULI W. HEISENBERG R.H. FOWLER L. BRILLOUIN
P. DEBYE M. KNUDSEN W.L. BRAGG H.A. KRAMERS P.A.M. DIRAC A.H. COMPTON L. de BROGLIE M. BORN N. BOHR
I. LANGMUIR M. PLANCK Mme CURIE H.A. LORENTZ A. EINSTEIN P. LANGEVIN Ch.E. GUYE C.T.R. WILSON O.W. RICHARDSON

Unschärferelation: Einsteins Einwand



Quasirealistische Darstellung des Einsteinschen Experiments zur Verletzung der Beziehung $\Delta E \Delta t > h$. Entnommen aus: Niels Bohr, *Atomic Physics and Human Knowledge*, John Wiley (1958), mit Genehmigung der North Holland Publishing Company, Amsterdam.

Niels Henrik David Bohr



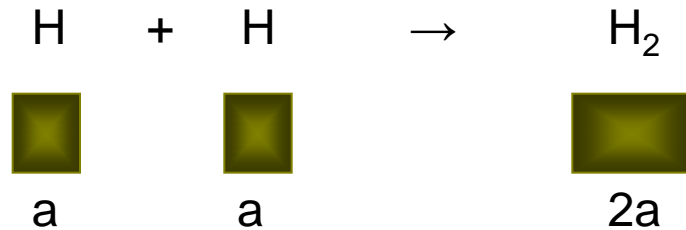
* 7. Okt. 1885 in Kopenhagen,
+ 18. Nov. 1962 in Kopenhagen



Nobelpreis 1922

Anwendungen der Unschärferelation

$$\Delta p \approx \hbar / \Delta x$$



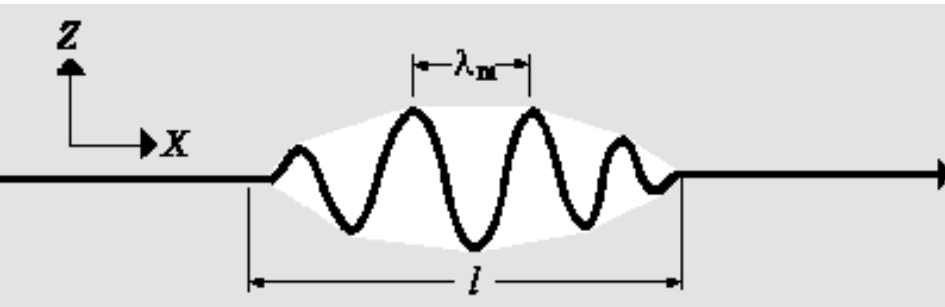
Gesamte kinetische Energie:

$$E_{\text{kin}} = 2 \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{ma^2}$$

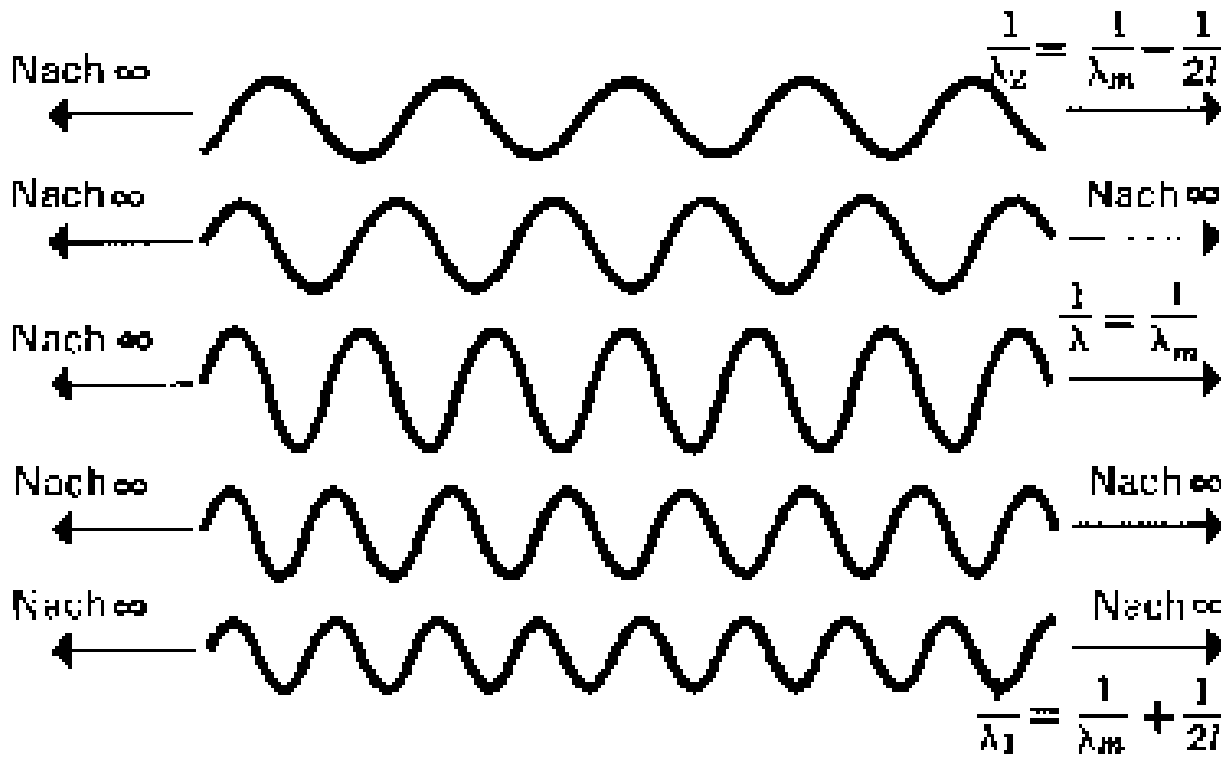
$$E_{\text{kin}} = \frac{p^2}{m} = 2 \frac{h^2}{m2a^2}$$

Den beiden Elektronen steht mehr Platz zur Verfügung, dadurch sinkt die kinetische und damit die Gesamtenergie: es liegt eine chemische Bindung vor!

Wellenpakete



Dieses Wellenpaket kann dadurch gebildet werden, dass eine große Zahl von unendlich langen Sinuswellen, ähnlich den unten gezeigten, einander überlagert werden. ($\Delta x = \ell$)



Einige der Fourierkomponenten des Wellenpakets mit

$$p_m = h/\lambda_m$$

Der Impuls erstreckt sich über:
 $\Delta p_x \approx h/\ell$

$$\Delta p_x \Delta x \approx h$$

Wellenpakete



PC II – Aufbau der Materie

Ende Kapitel 1

