Dynamik der Atmosphäre

- Die Atmosphäre ist ein Fluid.
- Die ***Newtonsche Mechanik*** gilt für einzelne ***Punktmassen (m)*** / Luftmoleküle.
- Die ***Newtonsche Mechanik*** kann aber auch auf ***Volumenelemente (ρV)*** angewandt werden (→ ***Kontinuumsmechanik*** wie z. B. Hydrodynamik). Voraussetzung hierfür ist der ***kollektive Charakter der Bewegung der Luftmoleküle***, der z.B. durch eine gemeinsame Temperatur, gemeinsamen Druck, kollektive Geschwindigkeit, etc. zum Ausdruck kommt.
- Groß-skalische atmosphärische Strömungen können sich nur in horizontaler Richtung ausbilden. Die horizontale Ausdehnung der Atmosphäre ist um mehr als drei Größenordnungen größer als die vertikale Ausdehnung.

Betrachtungsweisen in der Kontinuumsmechanik

Lagrange'sche Darstellung: Beschreibung der Strömung durch die zeitliche Entwicklung des Ortes $\boldsymbol{x}_m(t)$ eines bestimmten Massenelementes.

Euler'sche Darstellung: Beschreibung der Strömung durch die zeitliche Entwicklung des Geschwindigkeitsfeldes $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)$ an einem festem Ort $\boldsymbol{x}$.

Erhaltungssätze

- **Masse** → **Kontinuitätsgleichung**
- **Impuls** → **Bewegungsgleichung**
- **Energie** → **Energieflüsse** in der Atmosphäre (z.B. Strahlung / Konvektion)

Massenerhaltung

Abgesehen von Prozessen, die durch einfallende hochenergetische Partikelstrahlung (Kosmische Strahlung) ausgelöst werden, findet in der Atmosphäre keine Erzeugung oder Vernichtung von Masse statt. Somit ändert sich die Masse $M = \int \rho \, dV$ im Volumen V und mit der Dichte ρ nur durch Massezu- bzw. -abfluß. Dieser wird durch die Massestromdichte j durch die Oberfläche beschrieben: $\boldsymbol{j} = \rho \boldsymbol{v}$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{Volumen} \rho dV = - \oint_{Oberfläche} j dA = - \oint_{Oberfläche} \rho v dA$$

Vertauschen von Integration und Differenzieren

Gaußscher Satz

$$\int_{Volumen} \frac{\partial}{\partial t} \rho dV = - \int_{Volumen} div(\rho v) dV$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} \rho + div(\rho v) = 0}$$

Massenerhaltung

Für viele Anwendungen in der Atmosphäre können Dichteschwankungen ($d\rho/dt = 0$) vernachlässigt werden.
Eine Ausnahme stellen vertikale Transportprozesse dar.
Im Folgenden werden aber vorwiegend horizontale Bewegungen betrachten. Für diese Bewegungen gilt die Annahme vernachlässigbarer Dichteschwankungen. Somit gilt:

div(ρv) = 0 bzw. **div(v) = 0**

Hieraus folgt, dass das Geschwindigkeitsfeld in der Atmosphäre (nahezu) divergenzfrei (Quellen und Senken) ist. Dies gilt jedoch nur in horizontaler Richtung.

Impulserhaltung

In der Lagrangeschen Darstellung der Kontinuumsmechanik schreibt sich das Newtonsche Aktionsprinzip (***F*** = *m**a***):

$$\vec{F} = \rho V \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad\qquad \frac{\vec{F}}{\rho V} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v} \cdot \nabla\right)\vec{v}$$

Ortsbeschleunigung **Feldbeschleunigung**

Die Feldbeschleunigung ist eine Folge der Eulerschen Darstellung. Sie ist nichtlinear und erschwert die Lösung der Bewegungsgleichung. Aus ihr resultieren die so genannten Scheinkräfte wie die Zentrifugal- und die Coriolis-Kraft.

Schwerkraft

Die Schwerkraft wirkt in guter Näherung senkrecht nach unten:

$$\frac{\vec{F}_G}{\rho V} = -g \cdot \vec{e}_z$$

Genauer betrachtet ändert sich ***g*** mit dem Ort, insbesondere mit der geographischen Breite *φ* (wegen Zentrifugalkraft und Abplattung). Exakter ergibt sich die Schwerebeschleunigung als Gradient des Geopotentials ***Φ***:

$$\Phi(z,\varphi) = \int_0^z g(z',\varphi)\,dz'$$

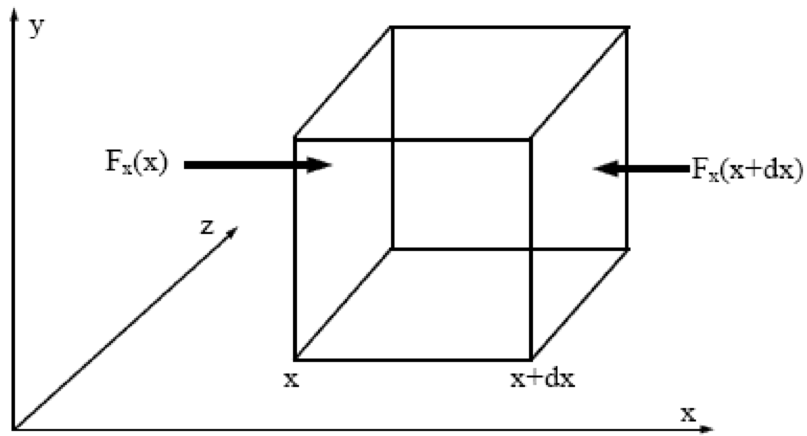
$$\frac{\vec{F}_G}{\rho V} = -\vec{\nabla}\Phi$$

Es treten also auch horizontale Komponenten der Schwerkraft auf. Die Abhängigkeit der Erdbeschleunigung von der geographischen Breite und der Höhe wird durch folgende empirische Formel beschrieben:

$$\boldsymbol{g(z,\varphi)} = 9{,}806\cdot(1 - 0{,}0026\cdot\cos(2\boldsymbol{\varphi}))\cdot(1 - 3{,}1\cdot10^{-7}\cdot\boldsymbol{z})\,\mathrm{m/s^2}$$

Druckgradientenkraft

Druckkräfte wirken senkrecht auf die Oberfläche eines Volumenelementes. Im homogenen Druckfeld heben sich die Kräfte auf ein Volumenelement auf. Nur der Gradient des Druckfeldes ergibt eine resultierende Kraft.



In x-Richtung gilt:

$$dF_{p,x} = A\left[p(x) - p(x+dx)\right] = -A\frac{\partial p}{\partial x}dx = -\frac{\partial p}{\partial x}dV$$

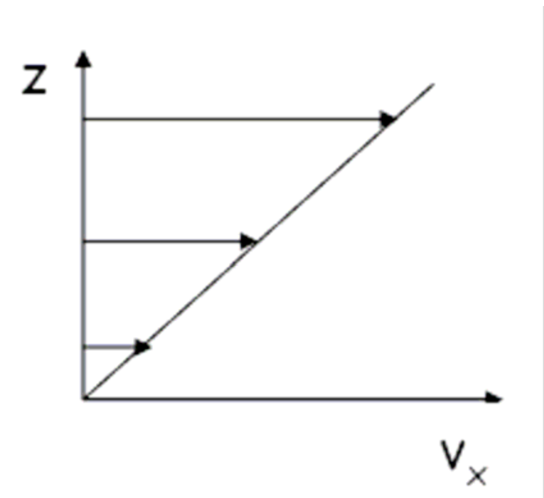
In drei Raumdimensionen gilt:

$$d\vec{F}_p = -\vec{\nabla} p dV$$ bzw. $$\boxed{\frac{\vec{F}_p}{\rho V} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla} p}$$

Reibungskraft

Reibungskräfte in einem Gas, bzw. fluiden Medium werden durch Geschwindigkeitsscherungen bewirkt. Die Reibung in Gasen kann durch Impulsaustausch zwischen benachbarten, verschieden schnellen Schichten beschrieben werden.

Scherungen, d. h. Geschwindigkeitsgradienten, führen zu Schubspannungen zwischen einzelnen Schichten und Volumenelementen. Die Schubspannung ist proportional zum Geschwindigkeitsgradienten.



$$\tau_{x,z} = -\eta \frac{dv_x}{dz} = -\nu\rho \frac{dv_x}{dz} = -\nu \frac{d}{dz}(\rho v_x)$$

dynamische Viskosität

kinematische Viskosität

Impulsdichte

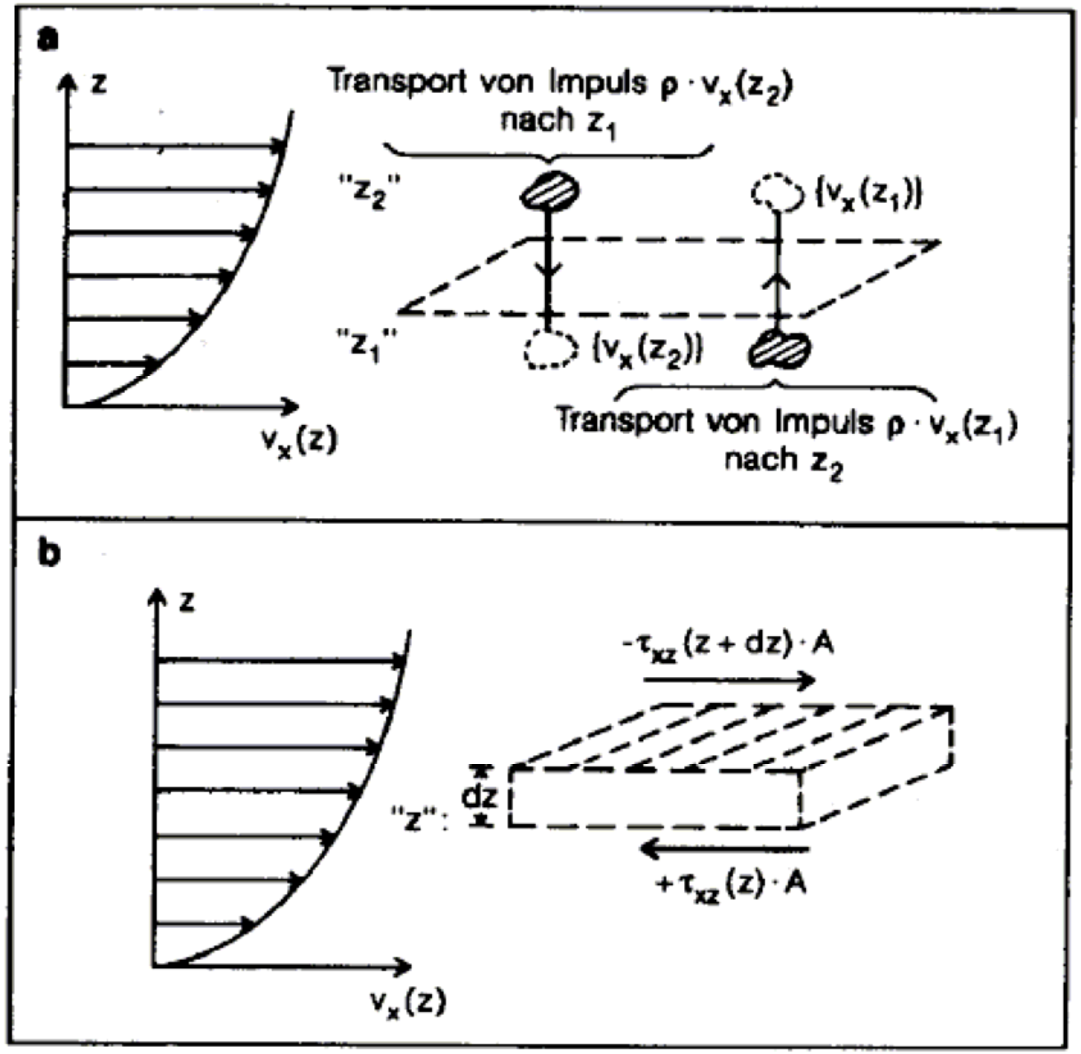
Reibungskraft

Schubspannung und Impulstransport

$$\tau_{x,z} = -\nu \frac{d}{dz}(\rho v_x)$$

Resultierende Kraft auf Volumenelement in Geschwindigkeits-gradienten:

$$F_{R,x} = -\frac{\partial \tau}{\partial z} \cdot A \cdot dz = -\frac{\partial \tau}{\partial z} dV$$



Reibungskraft

$$\frac{F_{R,x}}{\rho V} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial z} = -\frac{\nu}{\rho}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\rho v_x\right)$$

Allgemein gilt:

$$\boxed{\frac{F_R}{\rho V} = -\nu \Delta v_x}$$

Scheinkräfte

Trägheitskräfte aufgrund der Erdrotation

Rotationsvektor im lokalen System:

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega \cos\varphi \\ \Omega \sin\varphi \end{pmatrix}$$

mit $\Omega = 2\pi/\text{Tag} = 7{,}29 \cdot 10^{-5}\ \text{s}^{-1}$.

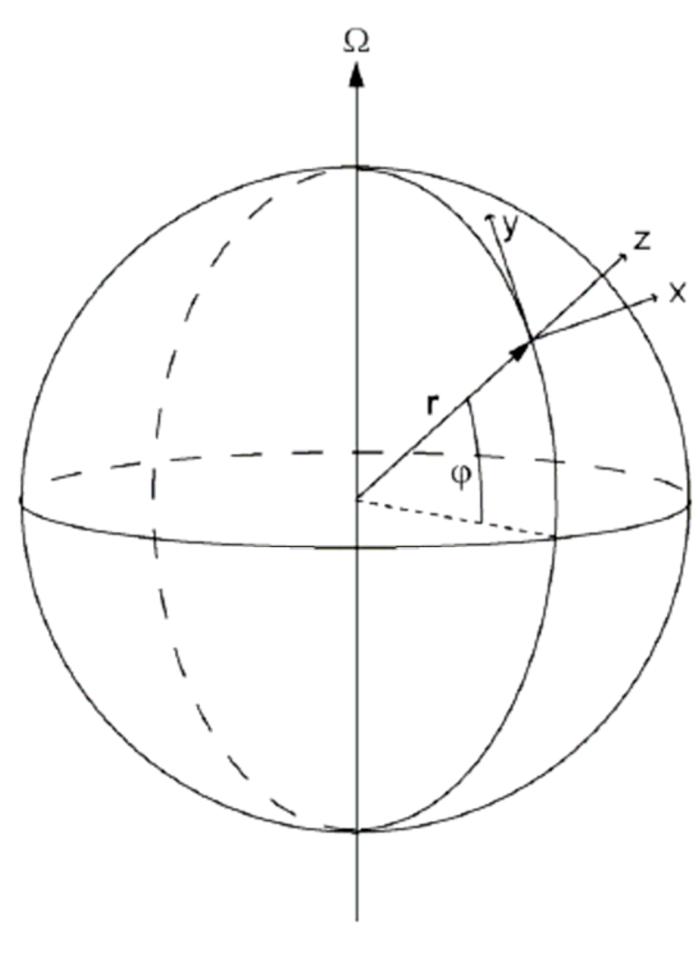
Zentrifugalkraft

$$\frac{\vec{F}_Z}{\rho V} = \vec{\Omega} \times \left(\vec{\Omega} \times \vec{r}\right)$$

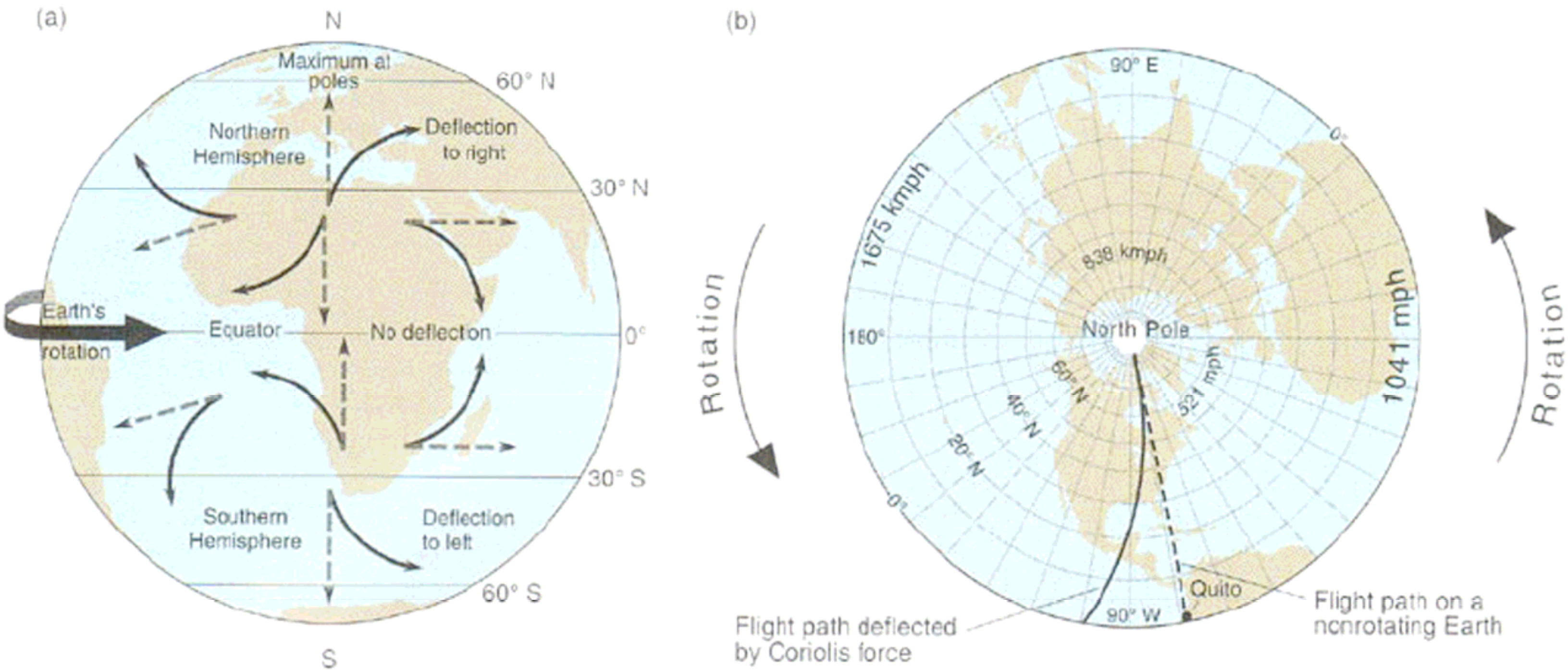
Maximaler Betrag am Äquator:
$\Omega^2 r = 0{,}034\ \text{m/s}^2 \ll g$

Coriolis-Kraft

$$\frac{\vec{F}_C}{\rho V} = -2\left(\vec{\Omega} \times \vec{v}\right)$$



Coriolis-Kraft



Horizontale Kraftkomponente für horizontale Strömung ($v_z = 0$):

$$\frac{\vec{F}_{C,h}}{\rho V} = -2\left(\vec{\Omega} \times \vec{v}\right)_h = 2\Omega \begin{pmatrix} v_y \sin\varphi \\ -v_x \sin\varphi \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} v_y \\ -v_x \end{pmatrix}$$

mit dem Coriolisparameter $f = 2\Omega \cdot \sin$□.

Für die nördliche Hemisphäre mit $f > 0$ bedeutet das, dass Luftpakete eine Ablenkung nach rechts wiederfahren.

Navier-Stokes-Gleichung

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{\nabla}\vec{v}\right)\vec{v} = \frac{1}{\rho V}\left(\vec{F}_g + \vec{F}_p + \vec{F}_C + \vec{F}_R\right)$$

$$= -\vec{\nabla}\Phi - \frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p - 2\left(\Omega \times \vec{v}\right) + \nu\Delta\vec{v}$$

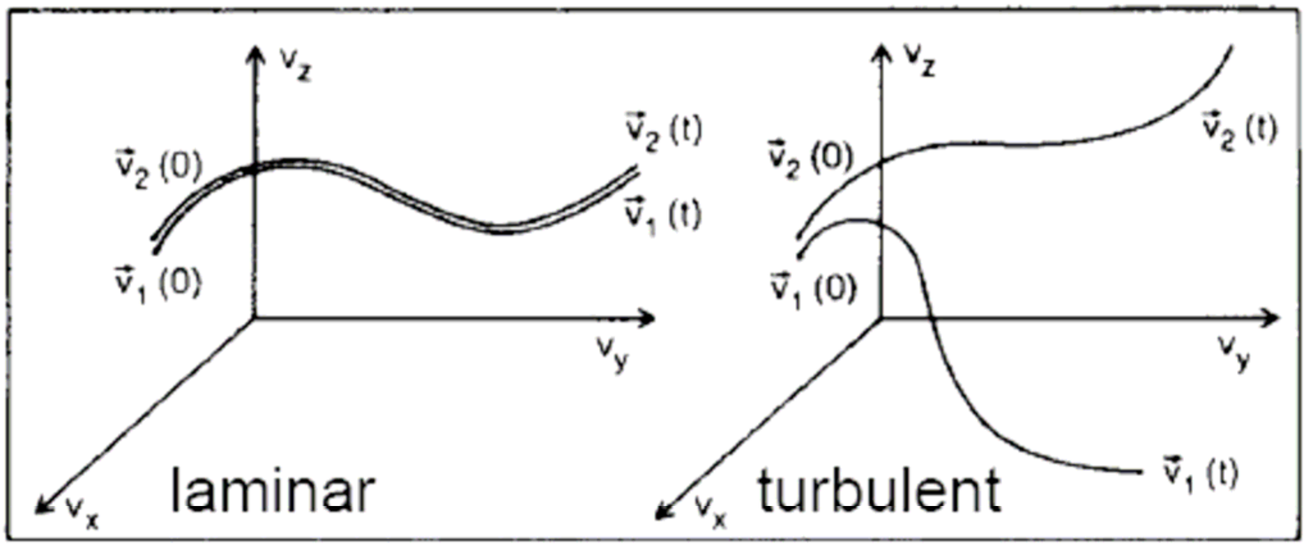
Schwerkraft

Druckgradienten-kraft

Coriolis-Kraft

Reibungskraft

Laminare und turbulente Strömung



Laminare Strömung

- sich nicht kreuzende Strömungsbahnen/Schichten (kein Austausch) mit einheitlicher Geschwindigkeit
- Strömungsgeschwindigkeit am Rand $v = 0$

Turbulente Strömung

- sich überkreuzende Strömungsbahnen/Schichten (mit Austausch)
- Strömungsgeschwindigkeit am Rand $v > 0$

Atmosphärische Strömungen sind zumeist turbulent!

Turbulenzkriterium: Reynoldszahl

Turbulenzerzeugung durch nichtlineare Terme in Navier-Stokes Gleichung. $\left(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v}$

Turbulenzvernichtung durch Reibung. $\nu\Delta\vec{v}$

Abschätzung der Größenordnung der beiden Terme durch Einsätzen typischer Werte:

$$\left(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v} \approx \frac{v^2}{l} \qquad\qquad \nu\Delta\vec{v} \approx \frac{v^2}{l^2}$$

Vergleich der Werte führt zur dimensionslosen Reynolds-Zahl:

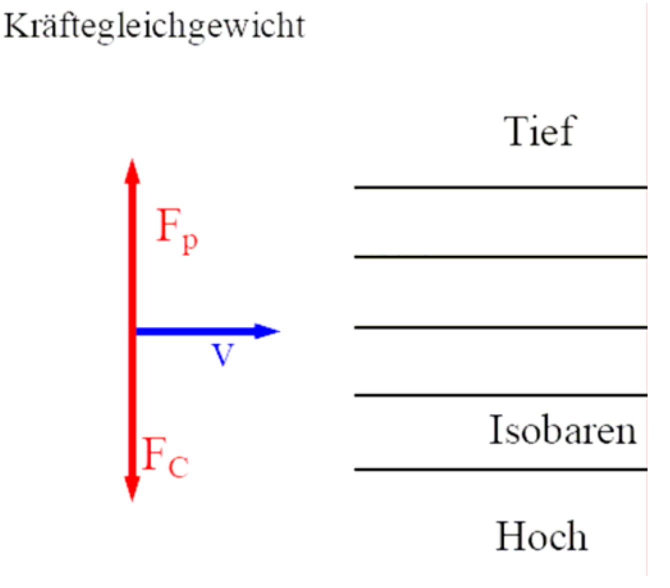
$$\mathrm{Re} = \frac{\text{Feldbeschleunigung}}{\text{Reibung}} = \frac{\left(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v}}{\nu\Delta\vec{v}} \approx \frac{vl}{\nu}$$

Für Reynolds-Zahlen Re > Re$_c$ ≈ 1000 ... 2000 ist die Strömung turbulent.

Geostrophische Näherung der Navier-Stokes-Gleichung

Geostrophisch Näherung für horizontale Strömungen (F_G = 0): Stationäre Strömungen (d**v**/d*t* = 0) ohne Reibung (F_R = 0), d. h. Gleichgewicht zwischen der Druckgradientenkraft und der Coriolis-Kraft:

$$\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p = 2\left(\Omega \times \vec{v}\right) = f\begin{pmatrix} v_y \\ -v_x \end{pmatrix}$$



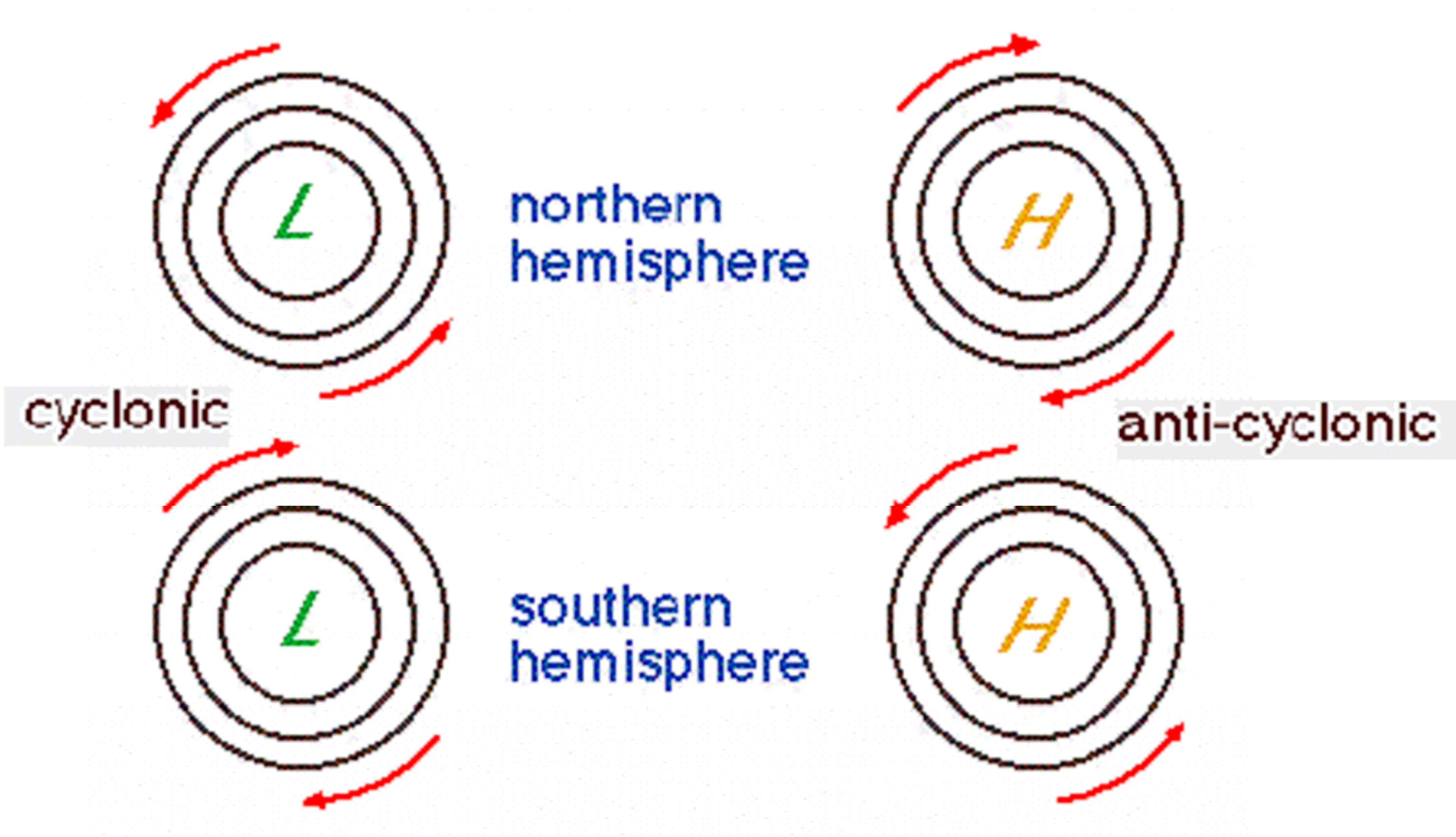
bzw. für die einzelnen Komponenten:

$$\frac{1}{f\rho}\frac{d}{dx}p = v_y \qquad \frac{1}{f\rho}\frac{d}{dy}p = -v_x$$

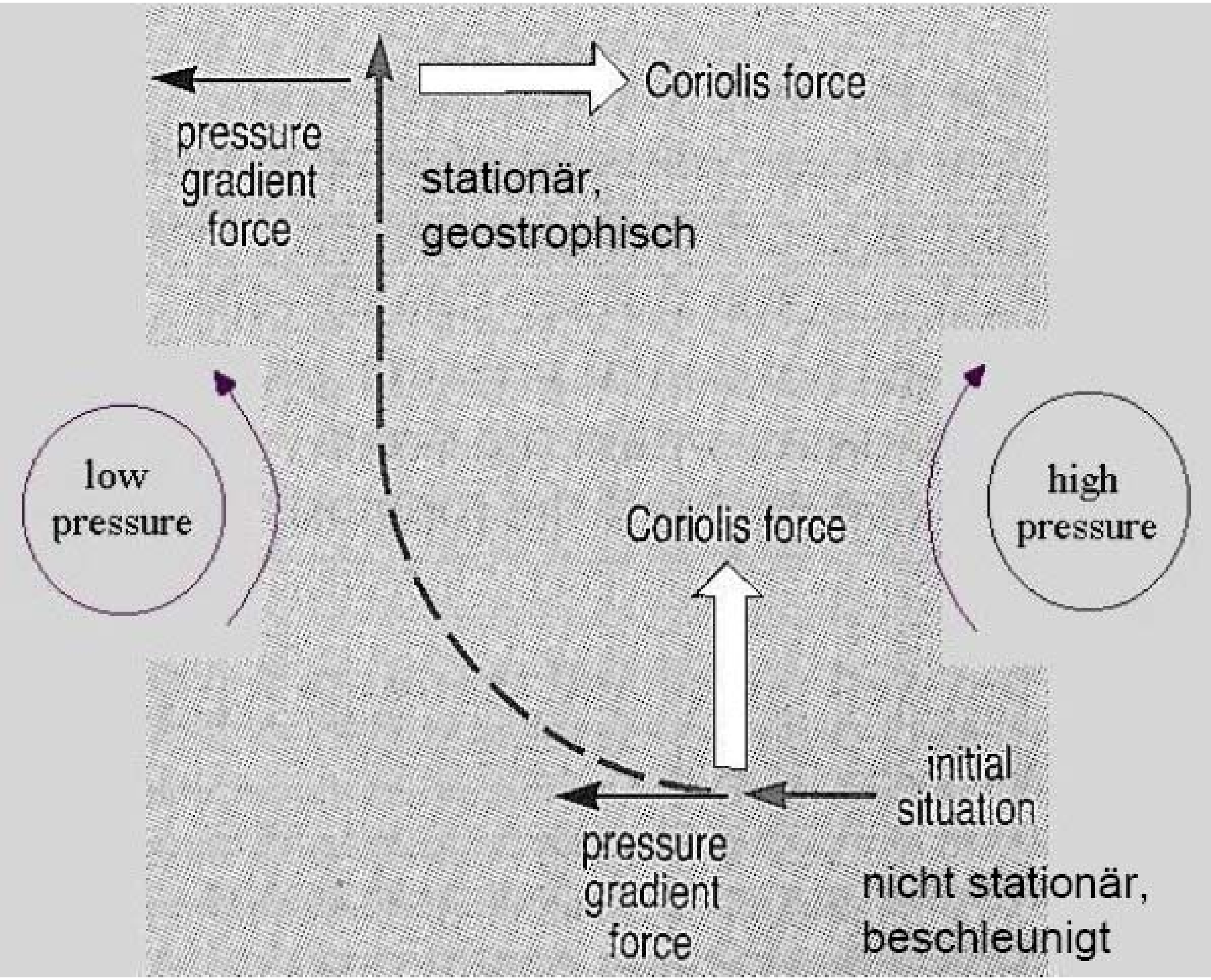
D. h. geostrophische Strömungen verlaufen immer senkrecht zum Druckgradienten.

<u>*Faustregel für Nordhalbkugel:*</u> Höherer Druck zur Rechten der Strömung. (Auf der Südhalbkugel natürlich umgekehrt!)

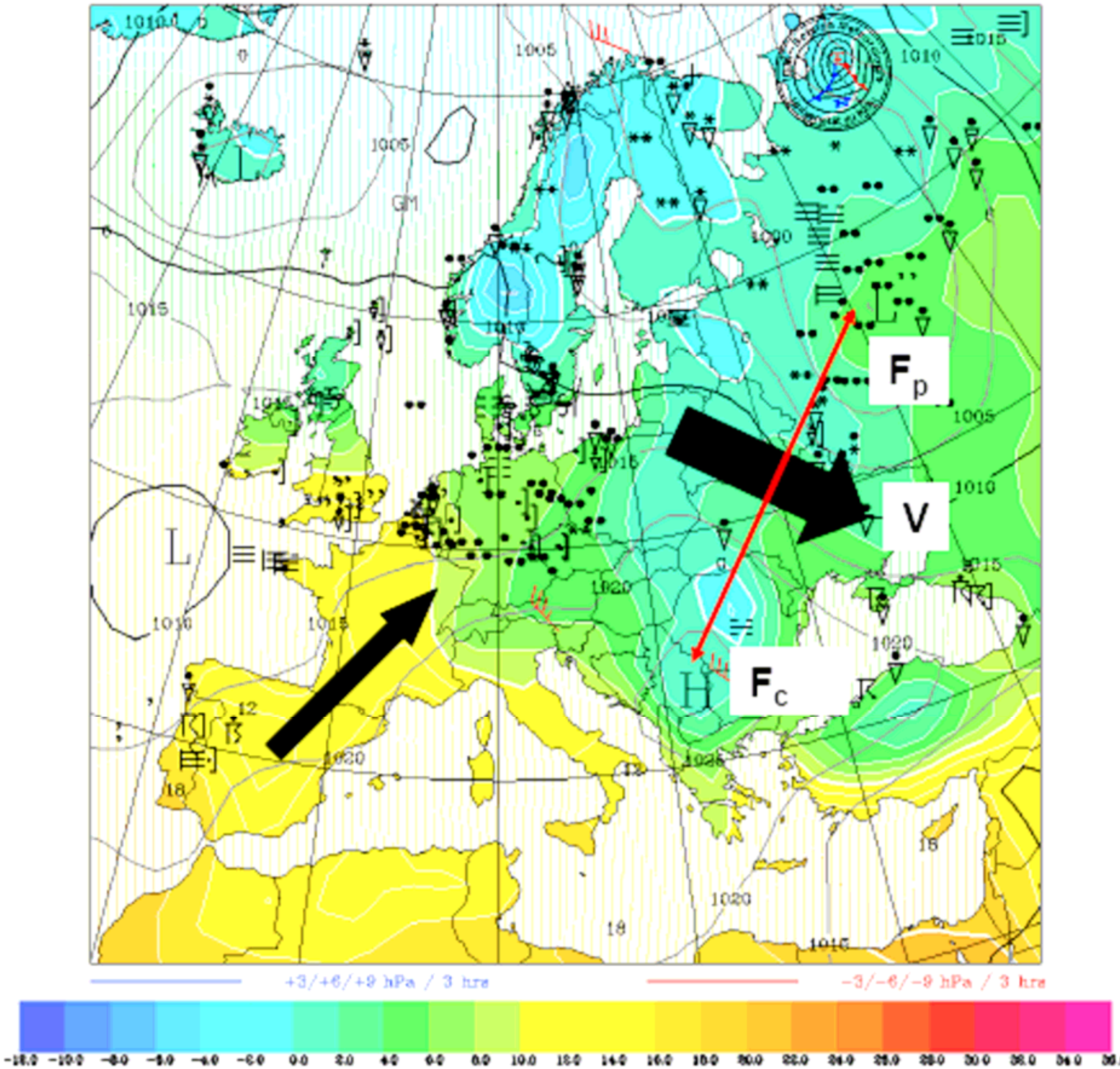
Umströmung von Hoch- und Tiefdruckgebieten



Geostrophische Näherung



Geostrophischer Wind



Wetterkarte am 30. Oktober 2002, 0 Uhr UTC

Strömungen in Grenzschichten

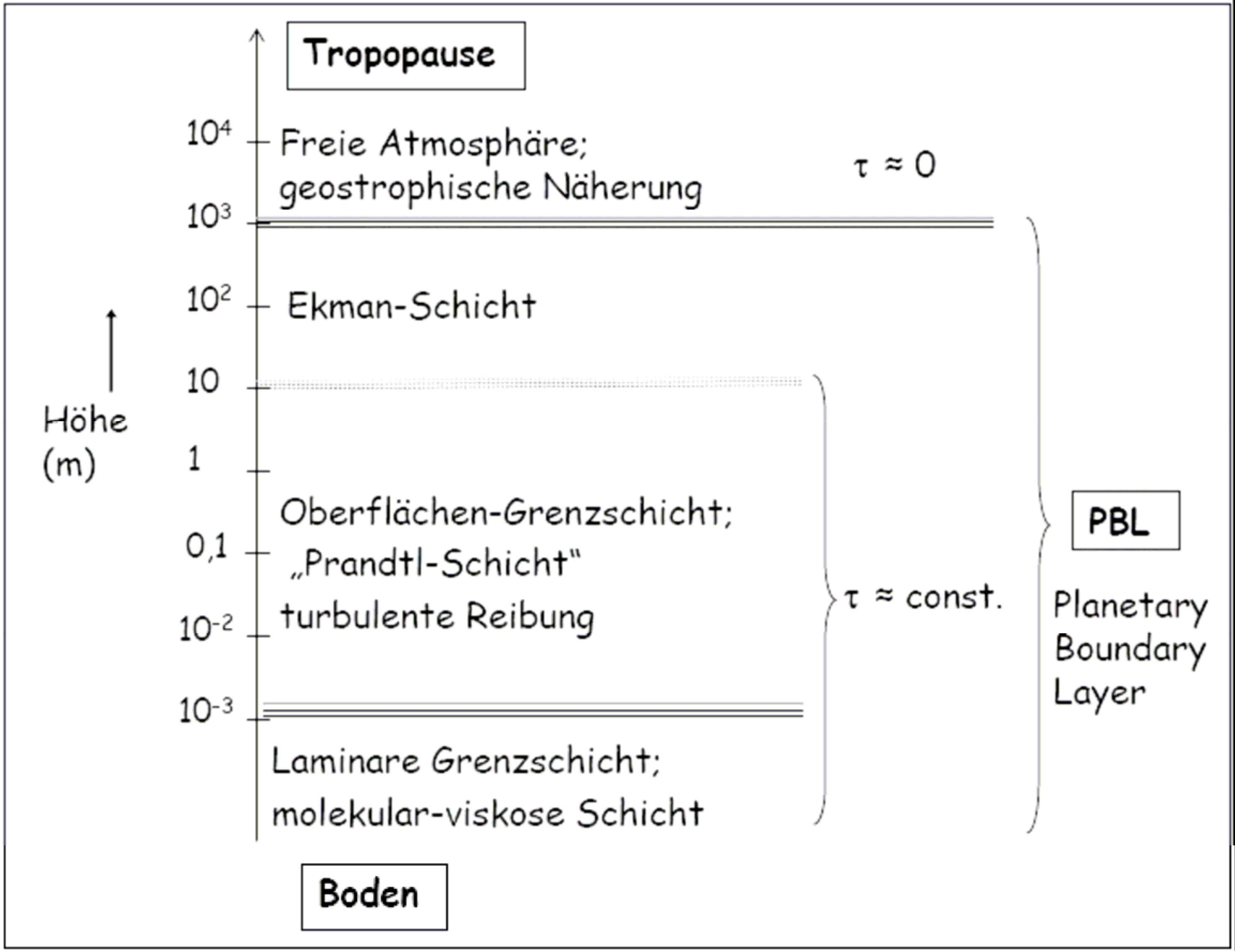
Geostrophische (d. h. reibungsfreie) Strömung gibt es nur in der freien Atmosphäre. In den bodennahen Schichten muss die Reibung in zunehmendem Maße berücksichtigt werden. In der bodennahen Schicht gibt es eine laminare Strömung ohne Turbulenz.

Abschätzung der bodennahen Schicht in der Atmosphäre über die Reynoldszahl Re < $Re_c \approx 1000$:

Mit Re = $u \cdot l / v$ sowie $v = 10^{-5}$ m^2/s und u = 1 m/s ergibt sich $\boldsymbol{l} \approx$ **10 mm**.

→ Die bodennahen Schichten sind zwar sehr dünn, aber entscheidend z. B. für den Gasaustausch zwischen Boden und Atmosphäre.

Grenzschichten der Atmosphäre

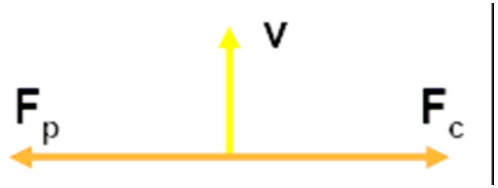


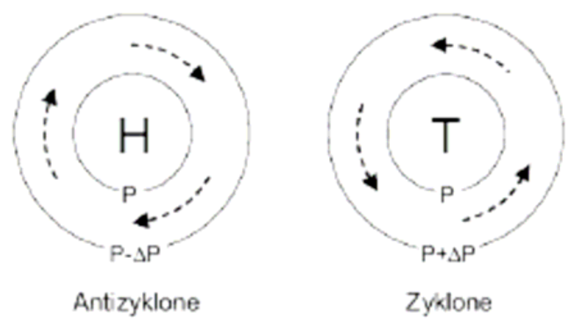
Windrichtung in Bodennähe

Infolge der Reibung weicht die Windrichtung in den bodennahen Schichten (Prandtl-Schicht) von derjenigen in der freien Atmosphäre (geostrophische Windrichtung ab.

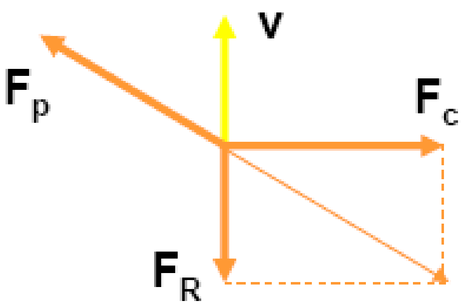
Kräftediagramme und Zirkulationsmuster (für N-Halbkugel):

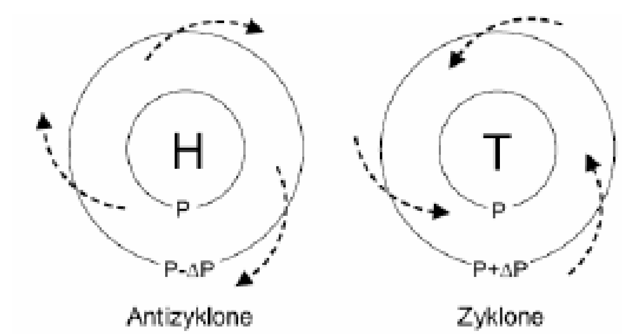
a) ohne Reibung (geostrophische Näherung)





b) mit Reibung (Prandtl-Schicht)

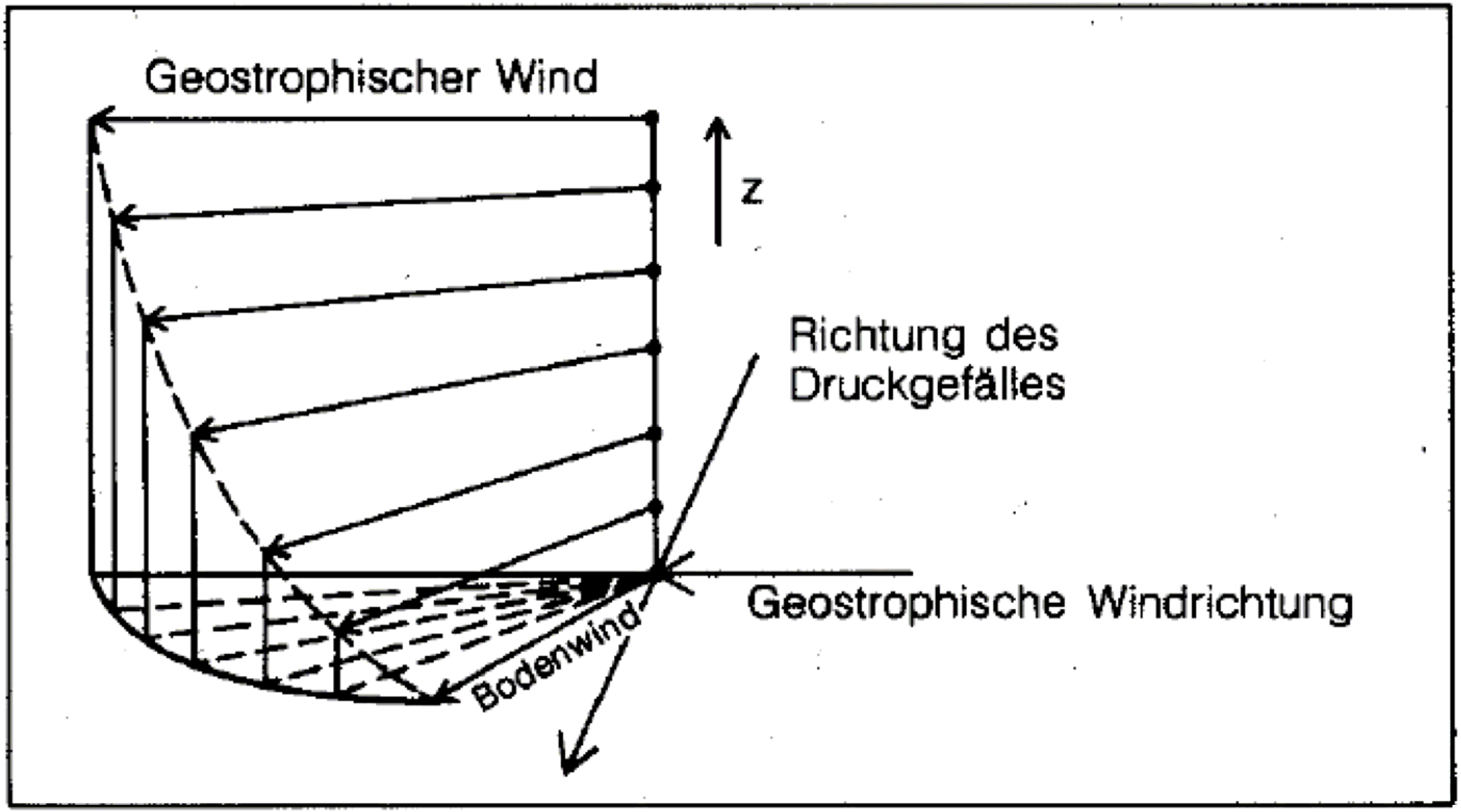




Abbau des Druckgradienten!!

Ekman-Spirale

Ekman-Schicht: Übergang zwischen geostrophischem Wind und Bodenwind



Globale atmosphärische Zirkulation

Antrieb: Breitenabhängige Strahlungsbilanz

- Äquator-Pol Temperaturgradienten
- horizontale Druckgradienten
- Geostrophische Winde und Reibung am Boden

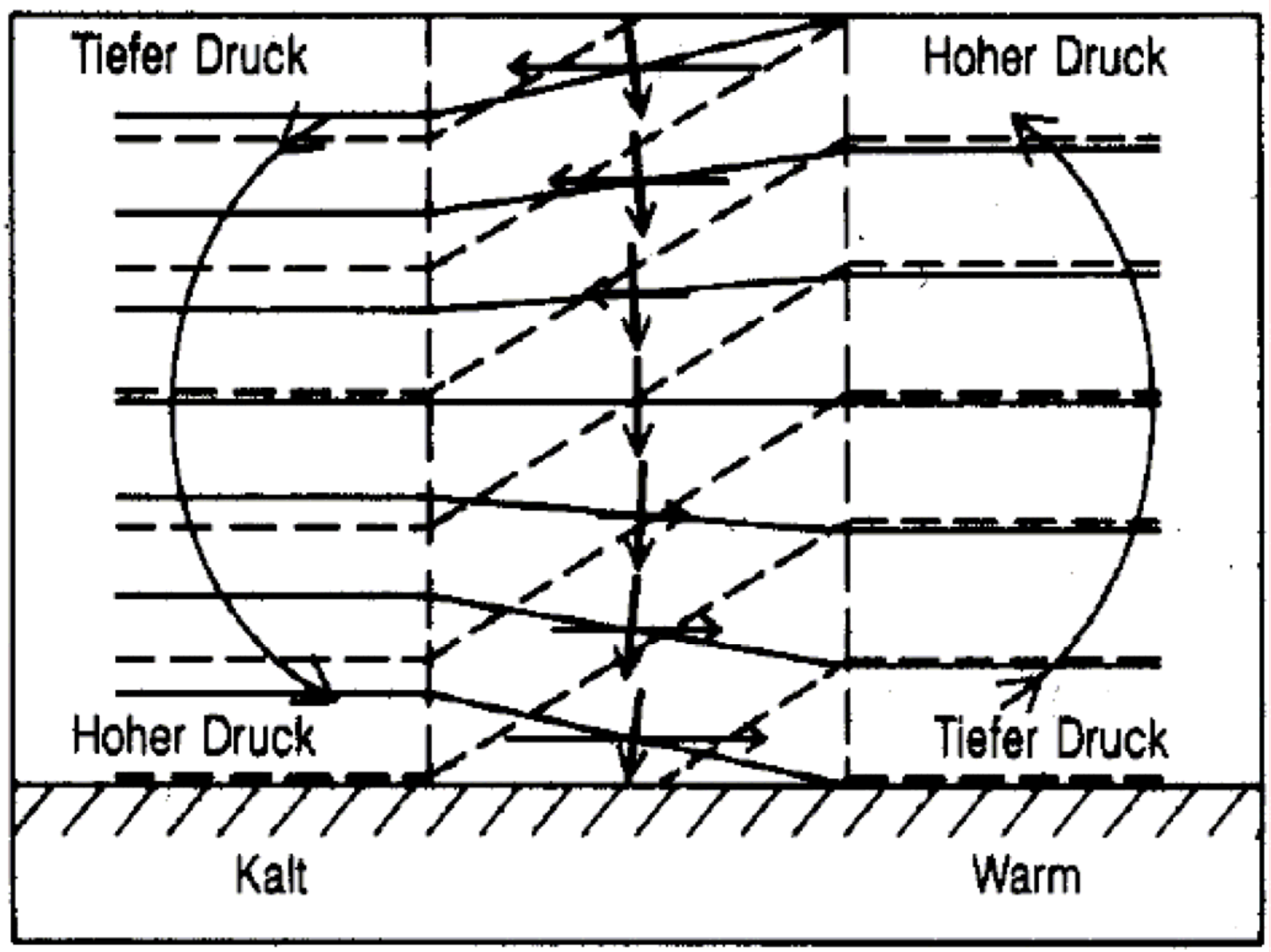
Erwärmung in den Tropen führt zu Konvektion → Thermische Zirkulationszellen.

Coriolis-Kraft verhindert die Bildung von hemisphärischen Zirkulationszellen → Aufteilung in drei Breitenstreifen je Hemisphäre.

Thermische Zirkulation

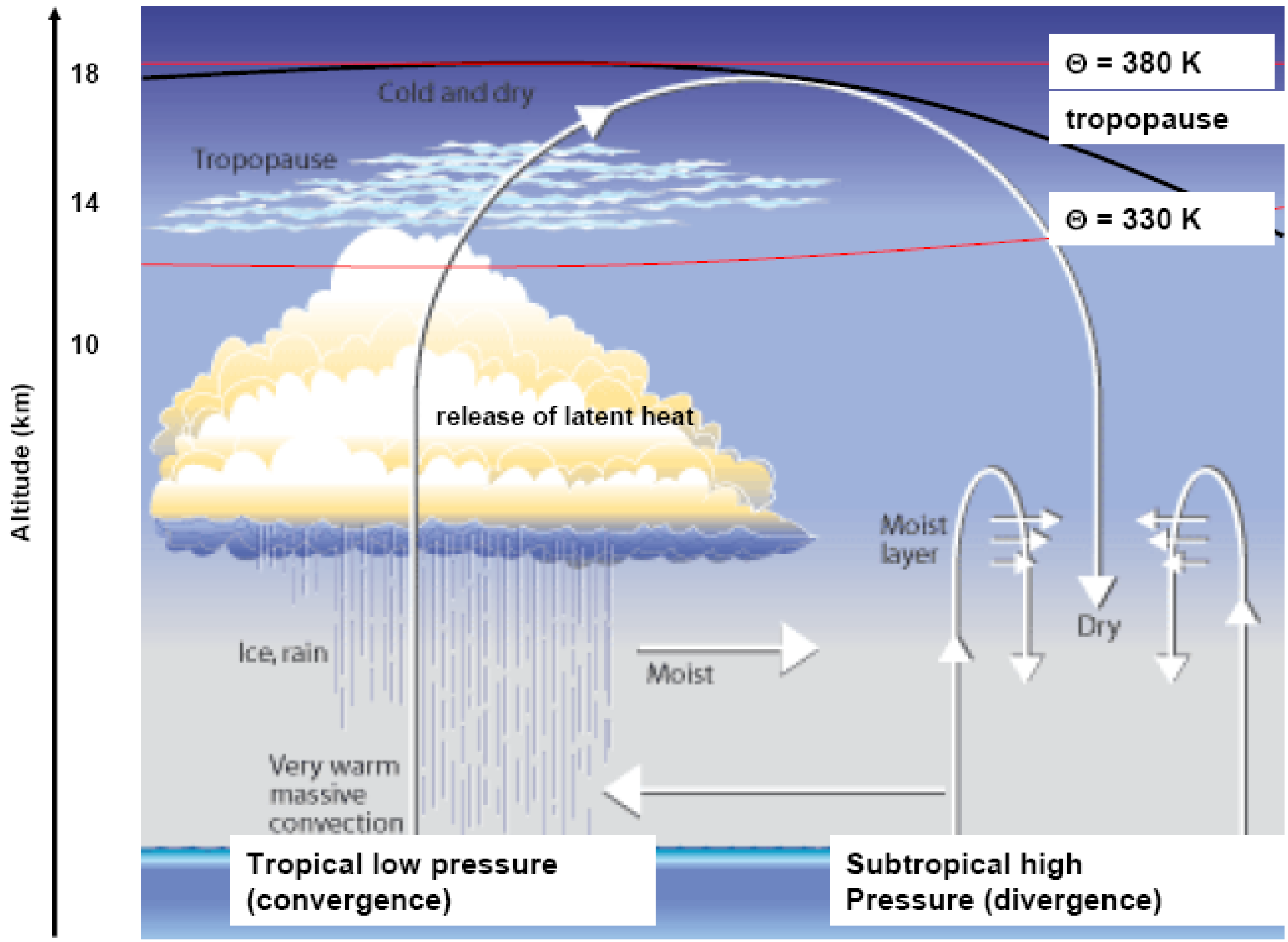
Isobaren
(p = const.)

Isothermen
(T = const.)

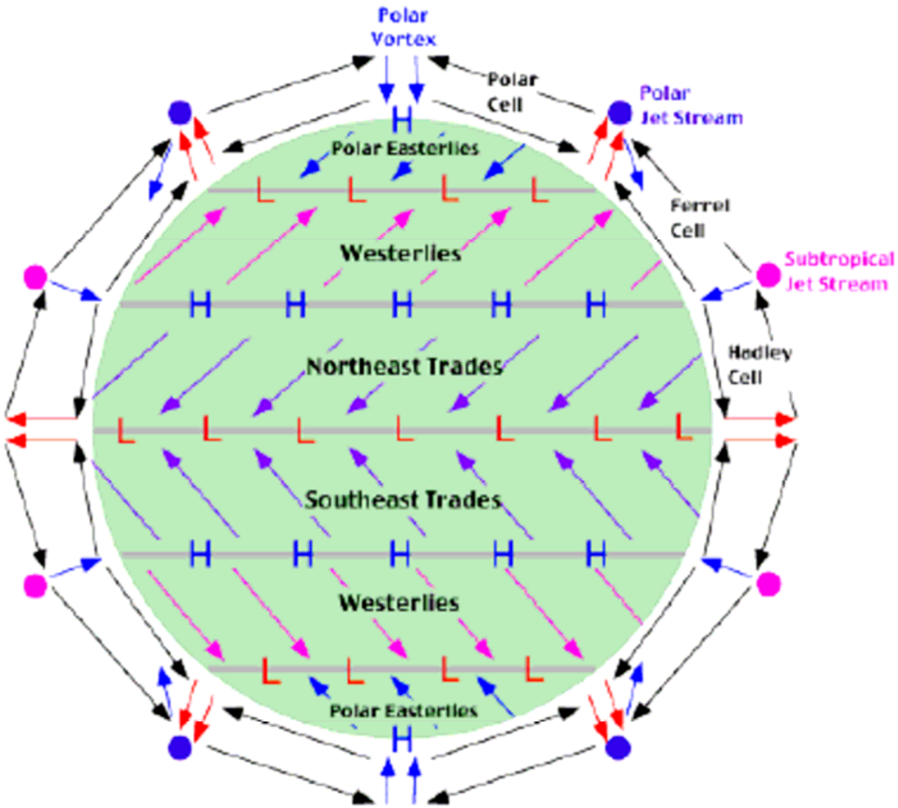


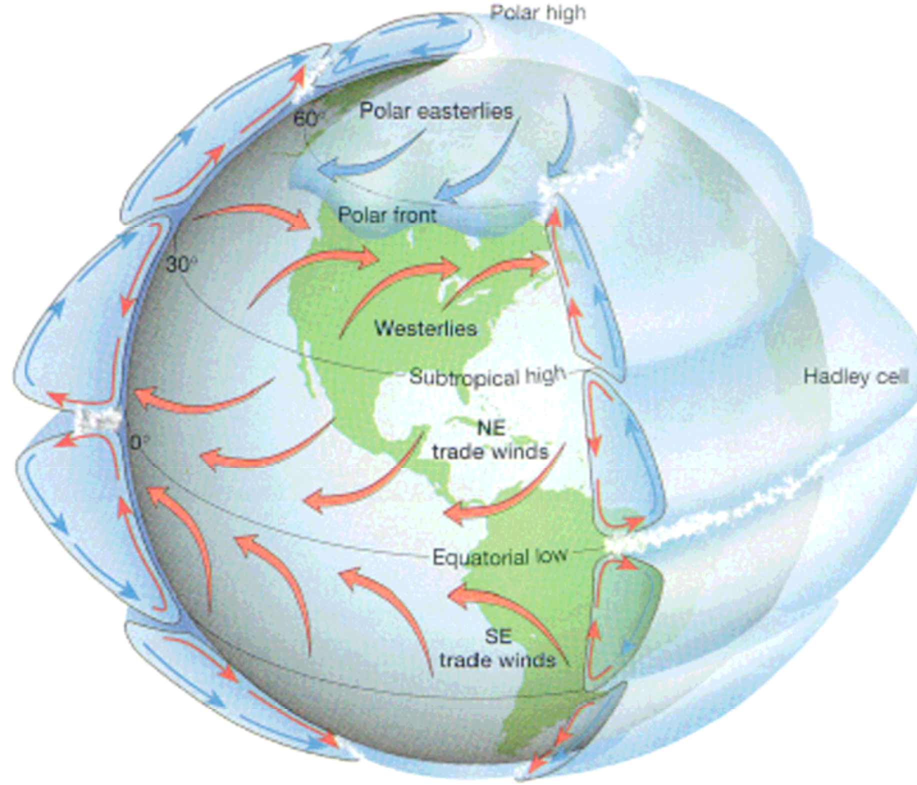
Hardley-Zelle

thermische Zirkulation zwischen Tropen und Subtropen

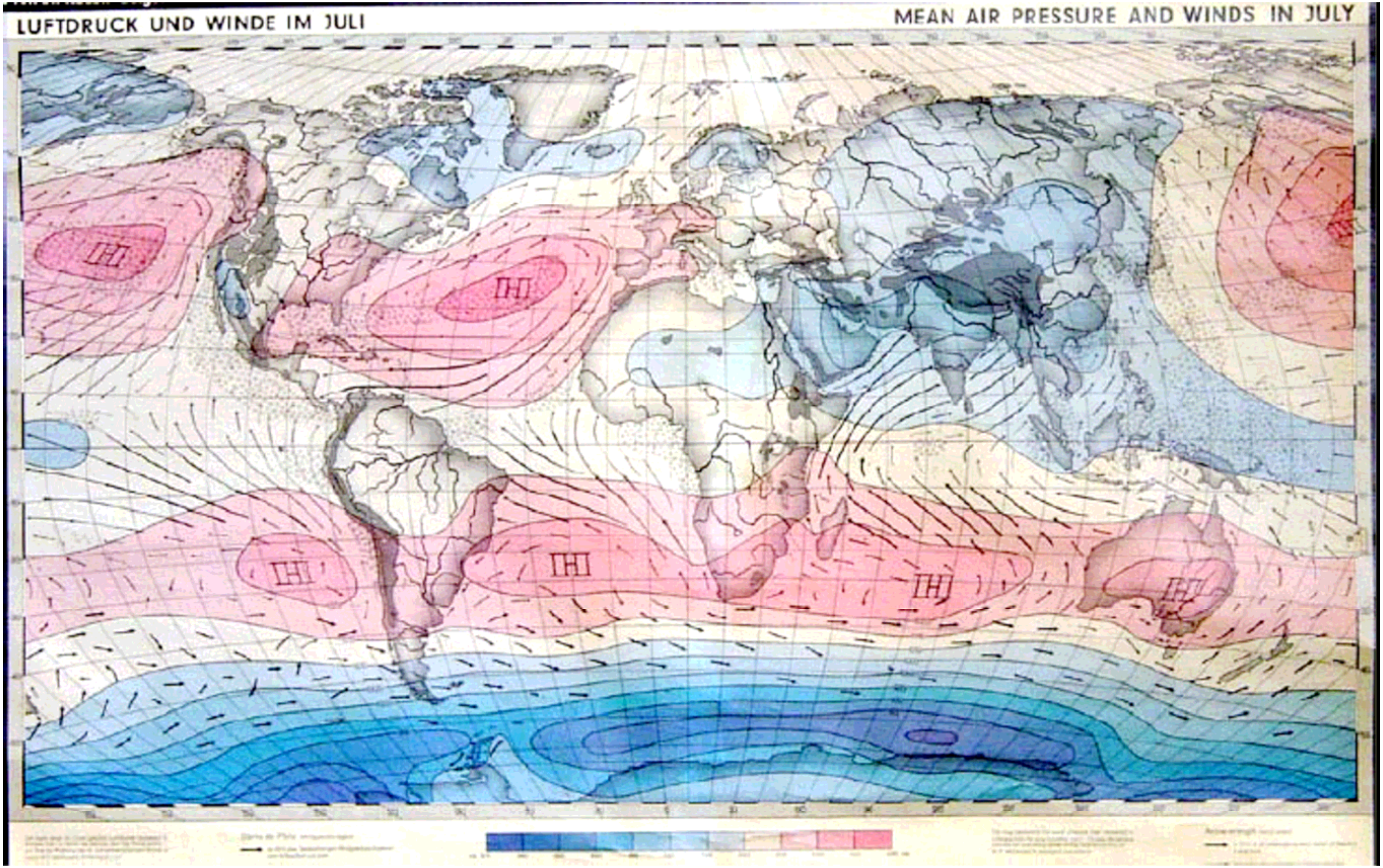


Globale troposphärische Zirkulation



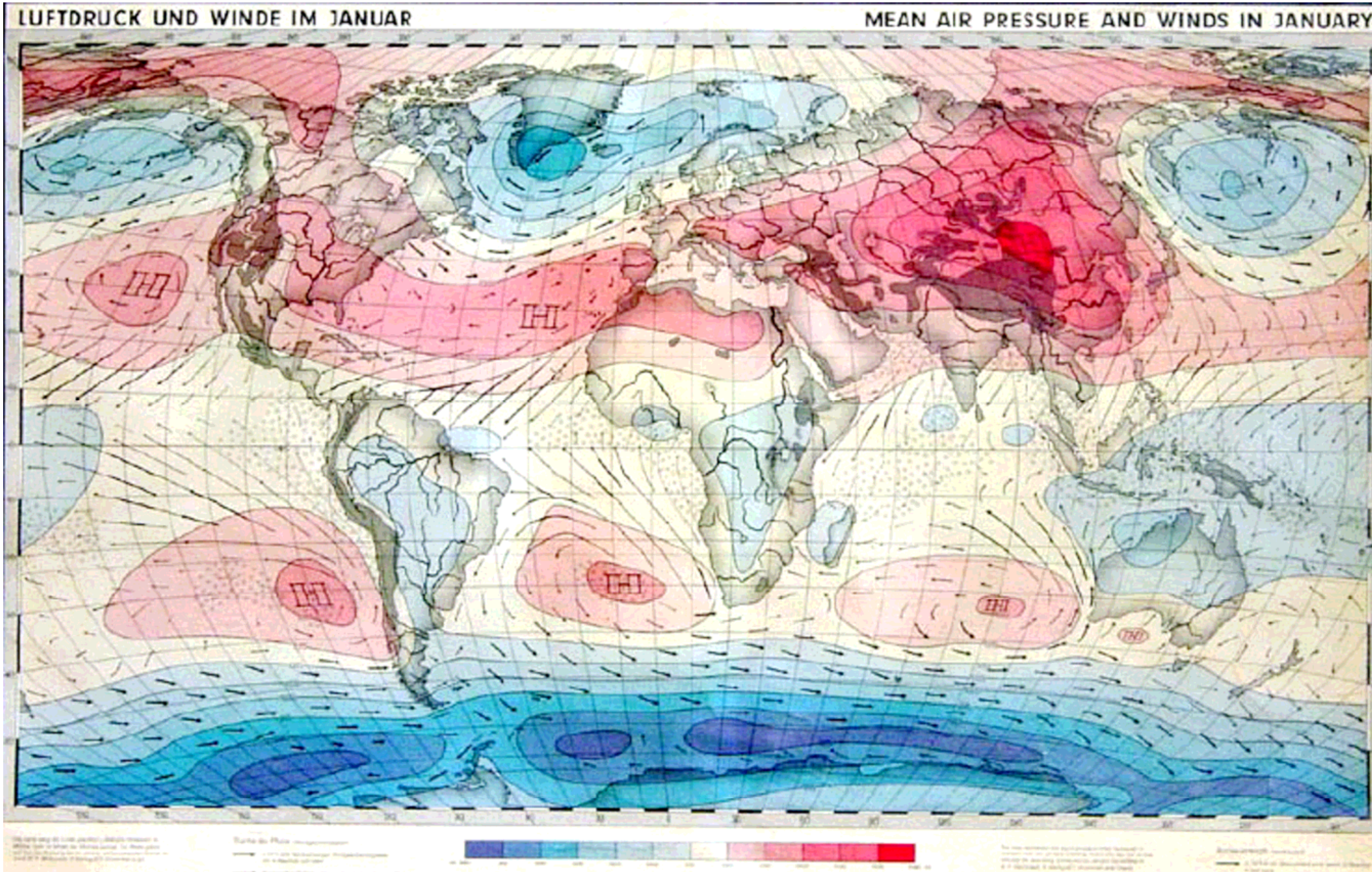


Druck- und Windverteilung im Juli



Nordhalbkugel: Erwärmung über den Kontinenten → aufsteigende Luft → Tiefdruckgebiete

Druck- und Windverteilung im Januar

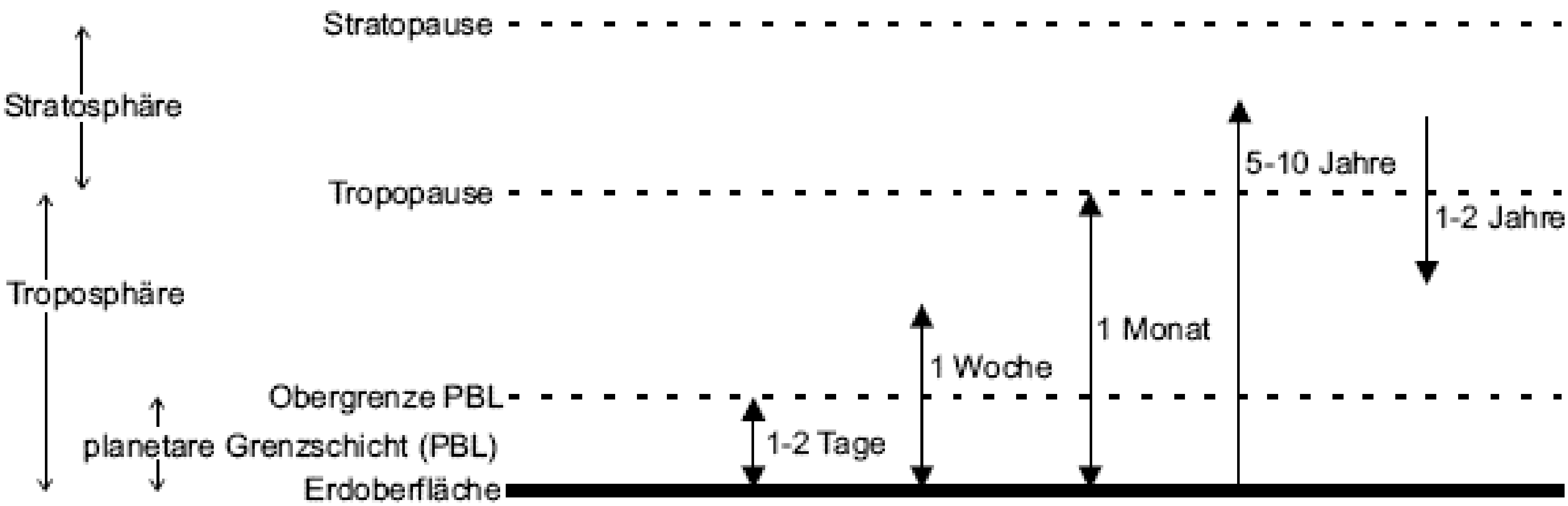


Nordhalbkugel: Abkühlung über den Kontinenten → abfallendede Luft → Hochdruckgebiete

Horizontaler Transport

Typische Zeitskalen für den horizontalen Transport von Luftmassen in der Troposphäre. Der Transport entlang Breitengraden ist am schnellsten, sodass Luft für eine Umkreisung der Erde nur wenige Wochen benötigt. Der Transport entlang Längengraden ist langsamer, und Luft in mittleren Breiten benötigt für einen Austausch mit polarer oder tropischer Luft jeweils ein bis zwei Monate. Der interhemisphärische Transport ist wegen der als Barriere wirkenden innertropischen Konvergenzzone noch langsamer, sodass die typische Austauschzeit für Luft zwischen Nord- und Südhemisphäre etwa ein Jahr beträgt.

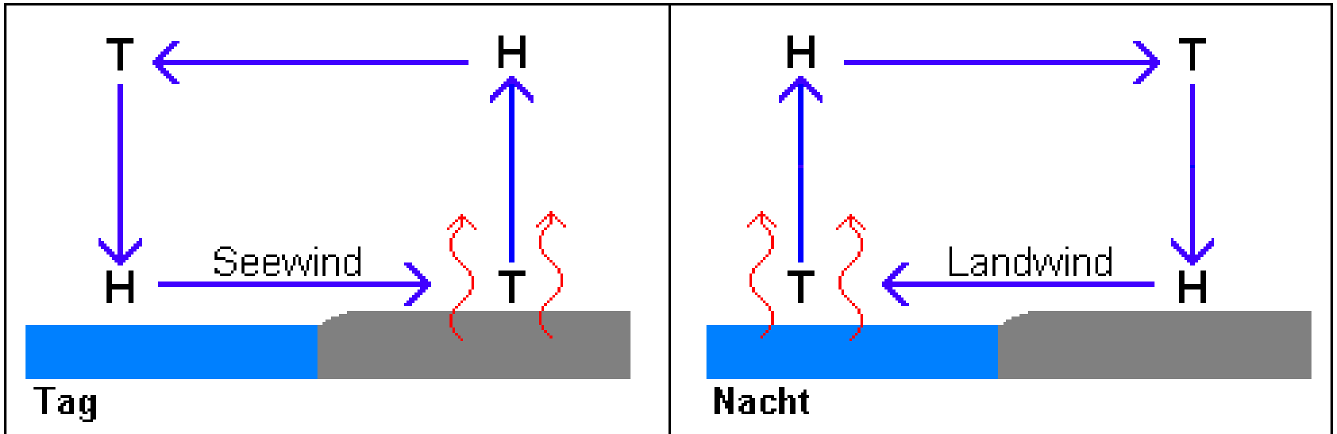
Vertikaler Transport



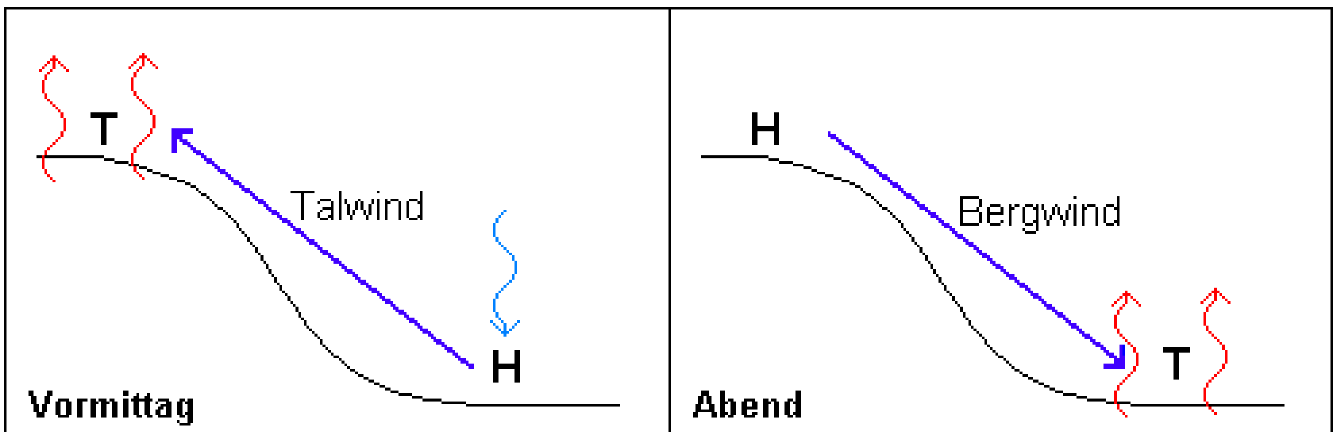
Typische Zeitskalen für den vertikalen Transport von Luftmassen. Die typische Durchmischungszeit innerhalb der planetaren Grenzschicht beträgt etwa 1-2 Tage, die vom Erdboden in die mittlere Troposphäre etwa 1 Woche und für die gesamte Troposphäre bis zur Tropopause etwa 1 Monat. Der Luftaustausch zwischen Troposphäre und Stratosphäre ist viel langsamer. Troposphärische Luft benötigt im Mittel etwa 5-10 Jahre, um in die Stratosphäre zu gelangen, stratosphärische Luft im Mittel etwa 1-2 Jahre, um in die Troposphäre zu gelangen.

Regionale Windsysteme: Tagesperiodische Winde

Atmosphärenchemie
WS 2005/06
Dr. R. Tuckermann

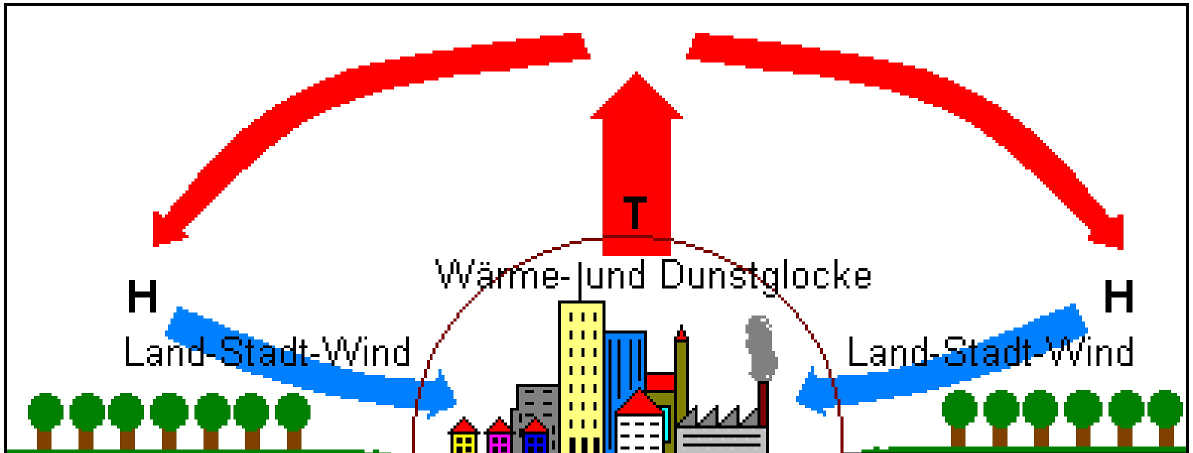


See-Land-Windsystem



Berg-Tal-Windsystem

Regionale Windsysteme: Tagesperiodische Winde



Umland kühler

<u>starke Erwärmung der Stadt durch:</u>

- dichte Bebauung
- dunkler Asphalt (starke Absorption)
- Abgase

Flurwind: Land-Stadt-Wind